

# Activités nombres babyloniens

## Quelques explications à destination des professeurs



par Anne Cortella- IREM de Montpellier et Faculté d'Éducation de Montpellier

L'activité proposée a été testée dans plusieurs classes lors de séances effectuées pendant la semaine des maths ou la fête de la science. Elle a été mise au point pour la semaine des maths 2017, dont le thème était maths et langage.

Elle peut se faire en lien avec une séance d'histoire sur les civilisations anciennes ou sur l'histoire de l'écriture.

### 1/ Description des écritures

En babylonien, à partir du 2ème millénaire avant J.-C., les nombres s'écrivent avec 2 symboles : le clou, que j'écris ici  $\top$ , et le chevron, que j'écris ici  $\blacktriangleleft$ , en utilisant une base 60 et une base 10 et un système de position additif.

Un  $\top$  désigne une unité, ... neuf  $\top$  désignent 9 unités, un  $\blacktriangleleft$  désigne dix unités (regroupées en une dizaine),... cinq  $\blacktriangleleft$  désignent 5 dizaines.

Petite subtilité : les symboles sont rassemblés par 3 par étage. Puis on pose des clous au-dessus des 3 précédents pour 4,5,6, puis encore au-dessus pour 7,8,9. On place un chevron sous les 3 précédents pour en écrire 4, puis 5 (c'est en tout cas la convention qui a été choisie dans les représentations jointes).

Puis 6 dizaines=60 unités sont à nouveau représentées par un clou.

Ainsi, suivant sa place dans l'écriture, un clou peut représenter 1, 60,  $60 \times 60 = 3\,600$ ,  $60 \times 3\,600 = 216\,000$ , etc. Et suivant sa place dans l'écriture, un chevron=10 clous peut représenter 10,  $10 \times 60 = 600$ ,  $10 \times 3\,600 = 36\,000$ ,  $10 \times 216\,000 = 2\,160\,000$ , etc.

C'est comme si on continuait le système d'unités de temps : secondes, puis minute=60 s, heure=60 min=3600 s.

Malheureusement, la « place » dans l'écriture n'est pas quelque chose de simple à définir, étant donné que le zéro n'a pas encore été inventé ! On distingue alors facilement 60 de 1 s'il y a « quelque chose » derrière. Ainsi, pour pouvoir lire un nombre, il faut connaître au préalable son ordre de grandeur.

Ceci était utilisé alors par exemple pour effectuer des divisions :  $1/4$ , c'est 15 (comme  $1/4h = 15min$ ).

Comme 60 a beaucoup de diviseurs, on peut ainsi facilement diviser par beaucoup de nombres... quitte à connaître les ordres de grandeur considérés...

Dans la fiche destinée aux CE1-CE2, Le clou représentant 60 a été volontairement tracé plus gros afin que l'activité ne pose pas de problème. C'est donc comme s'il y avait une représentation différente pour 1 et 60.

Dans la fiche destinée aux CE2-CM1, les écritures n'ont pas toutes la même taille, et si dans un premier temps les élèves peuvent penser que le « gros » clou représente 60, ils se rendent compte ensuite que ce n'est pas la taille qui importe, mais la position du symbole dans le nombre. Seul le nombre 60 pourrait dans cette fiche poser un problème de lecture si les traductions n'étaient pas données, puisque les autres ont des « chiffres » après (des nombres de l'ordre sexagésimal suivant). On peut par contre envisager en

prolongement de l'activité de demander aux élèves d'écrire des nombres posant plus de problèmes : par exemple  $540=9 \times 60+0 \times 10+9$  s'écrit 9 clous et encore 9 clous (absence de chevrons)

$3635=3600+0 \times 600+0 \times 60+3 \times 10+5$  s'écrit comme  $3635=3600+3 \times 600+0 \times 60+0 \times 10+5$ . On peut les distinguer en les mettant en colonne comme dans un tableau de numération ou en mettant des écarts différents pour marquer l'absence d'un ordre.

Suivant l'avancée des élèves sur l'activité on peut :

- Utiliser du matériel de numération : par exemple en CE1, utiliser le matériel de numération usuel de la classe (bûchettes, matériel multibase, carnets de timbre...) . Cela permet en particulier de vérifier les opérations et de bien comprendre que quand on a 6 paquets de 10, on les remplace par un « gros clou ».
- Effectuer des (d'autres) opérations, faisant intervenir ou non une retenue.
- Coder des nombres, décoder des nombres (en CM1-CM2). Attention, pour coder, les difficultés sont celles du passage des nombres de secondes aux nombres d'heures, minutes et secondes.

## 2/ L'intérêt de la séance de transcodage

Les activités de transcodage (passage d'un code à un autre) permettent de mieux comprendre notre système de numération : notre convention est de regrouper les unités en dizaines, puis en dizaines de dizaines, etc...La relation entre les différents ordres (unités, dizaines, centaines, milliers, etc.) n'est pas toujours claire pour les élèves. Elle reste parfois seulement une relation manipulatoire (c'est déjà bien pour les petites classes) : on regroupe. Elle ne se traduit pas par des opérations : une multiplication par 10 pour passer d'un ordre au suivant. Cette relation est en général travaillée par l'échange (marchande, boulier) : une centaine s'échange contre 10 dizaines ou 100 unités.

Ici, cette relation se traduit dans l'écriture des nombres.

En CE1-CE2, pour les petits nombres, l'écriture est plus simple que la nôtre : on a échangé 10 clous pour un chevron. Mais ensuite, on retrouve des « 1 » qui valent plus que d'autres « 1 » : 1 grand clou vaut 60 autres clous. Seule la convention est différente : on fait un paquet de 60 au lieu d'un paquet de 100.

En CM1-CM2, pour des nombres plus grands, on se voit obligés de comprendre quelles multiplications sont utilisées : dans  $4271=1+10+60+600+3600$ , un chevron vaut toujours 10 fois plus qu'un clou à sa droite, et un clou vaut toujours 6 fois plus qu'un chevron à sa droite soit 60 fois plus qu'un clou à la droite de ce chevron.

Expliciter ces relations permet un parallèle avec les grands nombres : dans un tableau de numération, la valeur d'un chiffre dans une colonne est dix fois plus que dans la colonne qui est à sa droite, mais aussi la valeur d'un chiffre d'une des 3 colonnes de l'ordre des milliers est 1000 fois plus que celle du même chiffre dans la colonne correspondante de l'ordre des unités.

Par ailleurs, une bonne compréhension des nombres vient en les utilisant, en particulier en les faisant opérer.

Dans l'activité de CE1-CE2, on découvre l'écriture des nombres grâce à des opérations (addition), de plus en plus complexes puisque faisant intervenir au fur et à mesure des nombres plus grands mais aussi des retenues. On utilise ensuite ces écritures pour faire quelques multiplications. Ces multiplications sont faites directement sur tablette d'argile : cela aide à prendre conscience du fait que sans connaître les tables, il faut plus réfléchir, et aussi à être au clair sur les retenues. Les calculs sont des calculs en ligne, sans automatisme opératoire.

Dans l'activité de CM1-CM2, la deuxième séance porte sur l'écriture sur tablette directement des tables de multiplication par 5 et par 12. Elle permet de prendre conscience de la nécessité de l'apprentissage des tables : ici pour la table de multiplication par a, on écrit  $ax1$ ,  $ax2$ ... $ax9$ ,  $ax10$ , mais cela ne suffit pas à connaître  $ax(3 \text{ chevrons}+7 \text{ clous})$ . Pour cela il nous faut encore apprendre  $ax30$  qui n'est plus donné par  $ax3$  décalé vers la gauche dans le tableau de numération (par exemple  $12 \times 30 = 6$  clous, alors que  $12 \times 3 = 3$  chevrons + 6 clous). Ainsi, on écrit encore  $ax20$ ,  $ax30$ ,  $ax40$  et  $ax50$ , ce qui nous permettra d'effectuer toutes les multiplications par a.

Et on a « besoin » de cela pour tous les nombres plus petits que 60 !

Enfin, cette activité de transcoding a un lien évident avec la mesure du temps (et aussi avec celle des angles en degrés...). Elle pourra donc être prolongée (à partir du CE2) par une activité de calculs de durées ou de lectures de repères temporels.

### 3/ L'activité de gravure

La deuxième séance est une activité sur tablette... d'argile ! Ceci donne un caractère concret à l'activité, qui devient manuelle et relativement artistique. Cela permet aussi aux élèves de garder une trace de l'activité, et pour une fois de ramener chez eux un objet mathématique.

Mais cela impose des commentaires sur le **matériel**.

On trouve dans le commerce des pains d'argile (5 ou 10 kg). Choisir de l'argile auto-séchante de préférence (prévoir de pouvoir faire sécher les tablettes sur une table pendant plusieurs jours). On peut découper facilement des tablettes de 2 cm d'épaisseur à peu près à l'aide d'un fil à découper. L'idée est d'avoir une tablette d'environ 20 cm sur 8 (taille d'un main d'adulte). Expliquer avant de distribuer les tablettes qu'il ne sert à rien de les malaxer, au contraire, ce sera moins joli...



Il est pratique de découper les tablettes à l'avance (pas trop quand même). On peut alors les emballer individuellement dans du film étirable. L'élève peut alors laisser la tablette sur le film simplement ouvert pendant toute la phase d'écriture. L'activité est alors très peu salissante, sauf pour les quelques élèves qui vont inévitablement faire des boulettes.

Un simple coup d'éponge sur la table suffira, et de l'eau pour les mains (qui seront toutes douces).

On peut ainsi refermer le film plastique sur la tablette, qui se garde ainsi au moins une semaine, et finir éventuellement la gravure à d'autres moments.

Ceci permet également de retourner la tablette et de continuer à écrire de l'autre côté, sans abîmer le côté déjà écrit (indispensable pour les tables en CM1-CM2).

Pour écrire sur les tablettes, on a besoin d'un « calame ». Après des essais avec de bambous coupés en biseau, j'ai finalement utilisé des touillettes à café en bois. Cela reste un matériau naturel, disponible facilement, relativement solide.



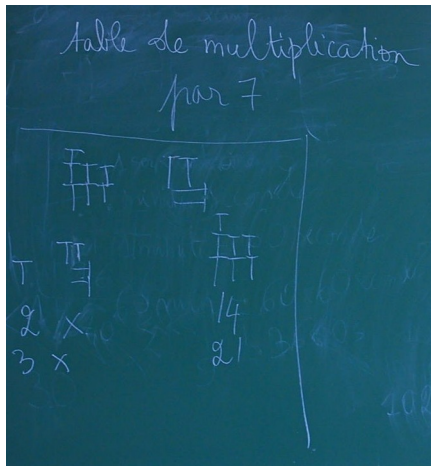
Sur la **technique** d'écriture : Contrairement à notre écriture qui fait glisser le stylo sur la feuille, il s'agit ici de poinçonner la tablette = on fait une marque en enfonçant légèrement le calame dans la tablette, puis on le relève avant de faire une autre marque.

Un clou se fait alors par deux poinçons perpendiculaires, de même qu'un chevron.

On peut proposer aux élèves d'écrire au préalable leur prénom sur la tranche de leur tablette, afin de pouvoir redistribuer les tablettes après séchage, puis on commence par faire des essais d'écriture afin qu'ils comprennent bien la technique.

Effacer sur une tablette est facile : on appuie légèrement avec le doigt. L'élève doit savoir qu'il pourra effacer facilement s'il se trompe, et que sa tablette peut aussi lui servir de brouillon (même si on peut autoriser un brouillon à portée de main).

On peut ainsi avoir une certaine exigence de qualité calligraphique.



Le symbole utilisable pour la multiplication est celui apparaissant à droite des 7 clous ci-contre (pour information, il est copié sur des tablettes existantes, alors que le symbole représentant l'addition sur la fiche CE1-CE2 a été librement inventé par l'auteur).

La disposition sur les tablettes d'écoliers retrouvées est celle de ce tableau et est celle utilisée dans la séance 2 de CM1-CM2 :

sur la première ligne, le multiplicateur apparaît (ici 7), ainsi que le symbole multiplié (deux clous droits sur deux clous couchés).

Sur les lignes suivantes, on écrit à gauche le multiplicande (1 sur la 2ème ligne, 2 sur la 3ème...) suivit du symbole « multiplier », et complètement à droite sur la même ligne, le résultat de la multiplication correspondante (7, puis 14, puis 21...). Il est conseillé de commencer la disposition au tableau.

## L'exemple de la table du 9

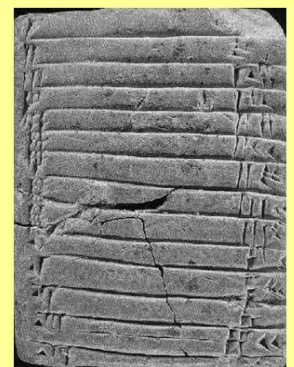
### Système babylonien d'écriture des nombres

Ecoles de scribes en Mésopotamie (vers - 1800)



ir (HS 217a)  
 1 9  
 2 18  
 7 60 3  
 8 60 12

Table par 25 (musée du Louvre)



[Copie de H. Hilprecht, 1906, *Mathematical, Metrological and Chronological Tablets from the Temple Library of Nippur*, n°15, pl. 14]

#### 4/ Quelques sources et ressources

La spécialiste des mathématiques babyloniennes est française : Christine Proust, laboratoire Sphere de Paris Diderot , page web : <http://www.sphere.univ-paris-diderot.fr/spip.php?article131>

Elle publie régulièrement à destination des professeurs sur cultureMATH. Citons par exemple « Le calcul sexagésimal en Mésopotamie » <http://culturemath.ens.fr/node/2461>

Voir également l'article piste bleue sur Images des maths : <http://images.math.cnrs.fr/Trouver-toutes-les-diagonales.html> pour des applications à la géométrie...

Elle a publié de nombreux articles scientifiques ainsi que deux livres :

- *Tablettes mathématiques de Nippur. I : Reconstitution du cursus scolaire. II : Edition des tablettes conservées à Istanbul*, Translittération des textes lexicaux et littéraires par Antoine Cavigneaux. Préface de Christian Houzel. Varia Anatolica 18, IFEA - De Boccard, Istanbul. 355 pp., 49 pl., 1 CD (2007). Avec le soutien du Centre National du Livre.
- (avec la collaboration de Manfred Krebernik et de Joachim Oelsner) *Tablettes mathématiques paléo-babyloniennes de la collection Hilprecht*. Texte und Materialien der Frau Professor Hilprecht Collection vol. 8, Harrassowitz Verlag, Leipzig. 172 pp., 75 pl., 1 CD (2008). Avec le soutien du Ministère de la Recherche (ACI de F. Bretelle-Establet).