

Laboratoires de mathématiques et université

Thierry Mignon

Montpellier, 5 février 2018

Section 1

Interactions entre laboratoires de maths et
universités

Une grande partie des activités des labos de maths se font indépendamment de l'université.

Une grande partie des activités des labos de maths se font
indépendamment de l'université.

Nous allons parler ici des relations entre universités et labos de
maths.

Objectifs pour les membres de l'IMAG

Objectifs pour les membres de l'IMAG

- Autre façon de faire des maths.

Objectifs pour les membres de l'IMAG

- Autre façon de faire des maths.
- Mission de vulgarisation scientifique :
une des issues de l'activité de chercheur.

Objectifs pour les membres de l'IMAG

- Autre façon de faire des maths.
- Mission de vulgarisation scientifique :
une des issues de l'activité de chercheur.
- Connaissance du secondaire (difficultés des profs et élèves,
futurs réformes, . . .)

Objectifs pour les membres de l'IMAG

- Autre façon de faire des maths.
- Mission de vulgarisation scientifique :
une des issues de l'activité de chercheur.
- Connaissance du secondaire (difficultés des profs et élèves,
futurs réformes, . . .)
- Idées pour nos enseignements, thèmes d'options ou d'activités.

Objectifs pour les membres de l'IMAG

- Autre façon de faire des maths.
- Mission de vulgarisation scientifique :
une des issues de l'activité de chercheur.
- Connaissance du secondaire (difficultés des profs et élèves,
futurs réformes, . . .)
- Idées pour nos enseignements, thèmes d'options ou d'activités.
- *etc*

Objectifs pour les membres des labos de maths

Objectifs pour les membres des labos de maths

- Autre façon de faire des maths.

Objectifs pour les membres des labos de maths

- Autre façon de faire des maths.
- Idées pour l'enseignement : TPE, thèmes pour l'oral du bac, exercices ou illustrations intéressantes.

Objectifs pour les membres des labos de maths

- Autre façon de faire des maths.
- Idées pour l'enseignement : TPE, thèmes pour l'oral du bac, exercices ou illustrations intéressantes.
- Approfondissement des connaissances générales en maths (histoires des maths, théorèmes célèbres, ...)

Objectifs pour les membres des labos de maths

- Autre façon de faire des maths.
- Idées pour l'enseignement : TPE, thèmes pour l'oral du bac, exercices ou illustrations intéressantes.
- Approfondissement des connaissances générales en maths (histoires des maths, théorèmes célèbres, ...)
- S'ils le souhaitent : formations dans certains logiciels ou domaines mathématiques.

Objectifs pour les membres des labos de maths

- Autre façon de faire des maths.
- Idées pour l'enseignement : TPE, thèmes pour l'oral du bac, exercices ou illustrations intéressantes.
- Approfondissement des connaissances générales en maths (histoires des maths, théorèmes célèbres, ...)
- S'ils le souhaitent : formations dans certains logiciels ou domaines mathématiques.
- *etc*

Subsection 2

Rencontres à l'IMAG ou l'IEM

Proposition d'une journée des labos

Une proposition à débattre :

Organiser en fin d'année une **journée des labos** de l'académie.

Proposition d'une journée des labos

Une proposition à débattre :

Organiser en fin d'année une **journée des labos** de l'académie.

- Contenu à préciser
(exposés des labos sur les thèmes de leur choix ? un thème particulier ? bilan des activités ?)

Proposition d'une journée des labos

Une proposition à débattre :

Organiser en fin d'année une **journée des labos** de l'académie.

- Contenu à préciser
(exposés des labos sur les thèmes de leur choix ? un thème particulier ? bilan des activités ?)
- Date à choisir **avec soin** : juste avant le bac ?

Autres propositions :

Autres propositions :

- Sur demande de quelques labos : réunions ou conférences communes dans nos locaux.

Autres propositions :

- Sur demande de quelques labos : réunions ou conférences communes dans nos locaux.
- Choisir un thème mathématique annuel sur lequel les labos travailleraient, avec une réunion bilan sur ce thème et peut-être une réunion inaugurale.

Subsection 3

Rencontres dans les Lycées

L'université dispose de plusieurs financements pour envoyer des chercheurs ou enseignants-chercheurs de l'IMAG dans les labos de maths.

Quels types d'interventions

Quels types d'interventions

La nature et la durée des interventions peuvent être très variables :

Quels types d'interventions

La nature et la durée des interventions peuvent être très variables :

- Un simple exposé, ou une discussion/débat avec le chercheur autour d'un thème.

Quels types d'interventions

La nature et la durée des interventions peuvent être très variables :

- Un simple exposé, ou une discussion/débat avec le chercheur autour d'un thème.
- Un atelier mathématique, où l'on cherchera à résoudre ou aborder concrètement un domaine ; peut-être à se former.

Quels types d'interventions

La nature et la durée des interventions peuvent être très variables :

- Un simple exposé, ou une discussion/débat avec le chercheur autour d'un thème.
- Un atelier mathématique, où l'on cherchera à résoudre ou aborder concrètement un domaine ; peut-être à se former.
- Des ateliers sur ordinateurs, avec des logiciels installés ou à installer.

Quels types d'interventions

La nature et la durée des interventions peuvent être très variables :

- Un simple exposé, ou une discussion/débat avec le chercheur autour d'un thème.
- Un atelier mathématique, où l'on cherchera à résoudre ou aborder concrètement un domaine ; peut-être à se former.
- Des ateliers sur ordinateurs, avec des logiciels installés ou à installer.
- Des interventions sur plusieurs séances (1,2 ou 3) où l'on cherche à explorer un domaine en progressant de manière autonome entre les séances.

Quels types d'interventions

Quels types d'interventions

La durée serait de **une, deux ou trois heures**, en fonction des disponibilités de chacun, des facilités d'organisation, de la distance.

Comment procéder ?

Comment procéder ?

Comment procéder ?

- Choisir un thème.

Pour cela, on peut regarder la suite de cet exposé, [aller sur le site des laboratoires de maths de l'IREM](#), ou proposer son propre thème.

Comment procéder ?

- Choisir un thème.
Pour cela, on peut regarder la suite de cet exposé, **aller sur le site des laboratoires de maths de l'IREM**, ou proposer son propre thème.
- Me contacter, ou contacter Anne ou Nicolas, ou écrire directement à la personne concernée.

Comment procéder ?

- Choisir un thème.
Pour cela, on peut regarder la suite de cet exposé, [aller sur le site des laboratoires de maths de l'IREM](#), ou proposer son propre thème.
- Me contacter, ou contacter Anne ou Nicolas, ou écrire directement à la personne concernée.
- Discuter avec l'intervenant de l'activité souhaitée et des durées.

Comment procéder ?

- Choisir un thème.
Pour cela, on peut regarder la suite de cet exposé, **aller sur le site des laboratoires de maths de l'IREM**, ou proposer son propre thème.
- Me contacter, ou contacter Anne ou Nicolas, ou écrire directement à la personne concernée.
- Discuter avec l'intervenant de l'activité souhaitée et des durées.
- S'assurer que le labo est bien équipé de tout ce qui sera nécessaire : (tableau, projecteur et écran, ordinateurs, logiciels et licences éventuelles).

Comment procéder ?

- Choisir un thème.
Pour cela, on peut regarder la suite de cet exposé, **aller sur le site des laboratoires de maths de l'IREM**, ou proposer son propre thème.
- Me contacter, ou contacter Anne ou Nicolas, ou écrire directement à la personne concernée.
- Discuter avec l'intervenant de l'activité souhaitée et des durées.
- S'assurer que le labo est bien équipé de tout ce qui sera nécessaire : (tableau, projecteur et écran, ordinateurs, logiciels et licences éventuelles).
- Fixer les dates.

Comment procéder ?

- Choisir un thème.
Pour cela, on peut regarder la suite de cet exposé, **aller sur le site des laboratoires de maths de l'IREM**, ou proposer son propre thème.
- Me contacter, ou contacter Anne ou Nicolas, ou écrire directement à la personne concernée.
- Discuter avec l'intervenant de l'activité souhaitée et des durées.
- S'assurer que le labo est bien équipé de tout ce qui sera nécessaire : (tableau, projecteur et écran, ordinateurs, logiciels et licences éventuelles).
- Fixer les dates.
- Passer une agréable séance.

Section 2

Thèmes d'activités proposés par les membres de
l'IMAG

Symétries en physiques et lois de conservation

Proposé par : **Philippe Roche**



Symétries en physiques et lois de conservation

Proposé par : **Philippe Roche**

*La théorie des groupes implémente la notion de **symétrie** qui est centrale en physique fondamentale, et qui correspond à des **lois de conservations**.*

Symétries en physiques et lois de conservation

Proposé par : **Philippe Roche**

*La théorie des groupes implémente la notion de **symétrie** qui est centrale en physique fondamentale, et qui correspond à des **lois de conservations**.*

Par exemple en mécanique classique :

Symétries en physiques et lois de conservation

Proposé par : **Philippe Roche**

*La théorie des groupes implémente la notion de **symétrie** qui est centrale en physique fondamentale, et qui correspond à des **lois de conservations**.*

- *L'invariance par le groupe des translations correspond à la conservation de la quantité de mouvement.*

Symétries en physiques et lois de conservation

Proposé par : **Philippe Roche**

*La théorie des groupes implémente la notion de **symétrie** qui est centrale en physique fondamentale, et qui correspond à des **lois de conservations**.*

- *L'invariance par le groupe des translations correspond à la conservation de la quantité de mouvement.*
- *L'invariance par rotation correspond à la conservation du moment cinétique.*

Symétries en physiques et lois de conservation

Proposé par : **Philippe Roche**

*La théorie des groupes implémente la notion de **symétrie** qui est centrale en physique fondamentale, et qui correspond à des **lois de conservations**.*

- *L'invariance par le groupe des translations correspond à la conservation de la quantité de mouvement.*
- *L'invariance par rotation correspond à la conservation du moment cinétique.*
- *L'invariance par translation dans le temps correspond à la conservation de l'énergie.*

Symétries en physiques et lois de conservation

Proposé par : **Philippe Roche**

Ce lien entre symétrie et lois de conservations découle du théorème d'**Emmy Noether**.

Symétries en physiques et lois de conservation

Proposé par : **Philippe Roche**

D'autres groupes de symétries correspondent à d'autres modèles comme :

- la relativité et le **groupe de Lorentz**,
- la mécanique quantique et le **groupe des transformations unitaires**.

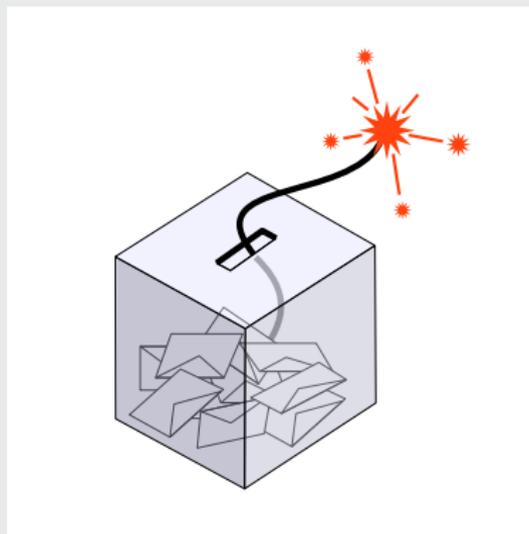
Symétries en physiques et lois de conservation

Proposé par : **Philippe Roche**

Le projet sera centré autour de la notion de groupe et de ses représentations et d'une application transversale sur un sujet de physique où les symétries jouent un rôle essentiel.

Introduction aux mathématiques du choix collectif

Proposé par : **Xavier Bry, Nicolas Saby**



Introduction aux mathématiques du choix collectif

Proposé par : **Xavier Bry, Nicolas Saby**

L'outil principal d'expression collective en démocratie, c'est le vote.

Introduction aux mathématiques du choix collectif

Proposé par : **Xavier Bry, Nicolas Saby**

L'outil principal d'expression collective en démocratie, c'est le vote. Or, on peut montrer, avec des outils mathématiques assez simples, que les systèmes classiques dysfonctionnent complètement, et comment on peut y remédier.

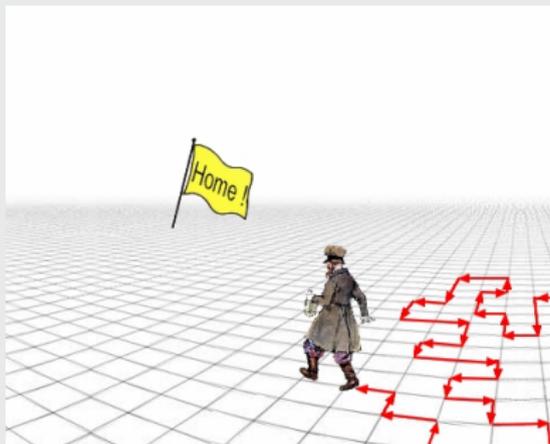
Introduction aux mathématiques du choix collectif

Proposé par : **Xavier Bry, Nicolas Saby**

On proposera dans cet atelier un périple constellé d'exemples allant des fondations mathématiques du choix collectif (18ème siècle) jusqu'aux théorèmes d'impossibilité (20e siècle) et à leur possible contournement (21e siècle).

Promenade : des marches aléatoires à l'équation de la chaleur

Proposé par : **Jérémy Briussel**



Promenade : des marches aléatoires à l'équation de la chaleur

Proposé par : **Jérémy Brioussel**

*Sur une grille quadrillée, une **marche aléatoire** est la trajectoire décrite par une particule qui à chaque croisement décide de sa direction (Nord-Sud-Est-Ouest) au moyen d'un dé à quatre faces.*

Promenade : des marches aléatoires à l'équation de la chaleur

Proposé par : **Jérémy Brioussel**

On peut déjà se poser plusieurs questions sur les marches aléatoires. Par exemple :

Promenade : des marches aléatoires à l'équation de la chaleur

Proposé par : **Jérémy Brioussel**

On peut déjà se poser plusieurs questions sur les marches aléatoires. Par exemple :

- *À quelle distance de son point de départ se trouve la particule à un temps t donné ?*

Promenade : des marches aléatoires à l'équation de la chaleur

Proposé par : **Jérémy Brioussel**

On peut déjà se poser plusieurs questions sur les marches aléatoires. Par exemple :

- *À quelle distance de son point de départ se trouve la particule à un temps t donné ?*
- *Quelle est la probabilité que la particule soit de retour à son point de départ à ce temps t ?*

Promenade : des marches aléatoires à l'équation de la chaleur

Proposé par : **Jérémy Brioussel**

*Pour une grille quadrillée bidimensionnelle, un **théorème de Polya** assure qu'avec probabilité 1 la particule repasse par son point de départ une infinité de fois.*

Promenade : des marches aléatoires à l'équation de la chaleur

Proposé par : **Jérémy Brioussel**

*Pour une grille quadrillée bidimensionnelle, un **théorème de Polya** assure qu'avec probabilité 1 la particule repasse par son point de départ une infinité de fois.*

Par contre, dans une telle grille tridimensionnelle, ce phénomène a lieu avec probabilité 0 !

Promenade : des marches aléatoires à l'équation de la chaleur

Proposé par : **Jérémy Brioussel**

Les marches aléatoires sont liées à l'équation de la chaleur discrète, où à chaque unité de temps, la "chaleur" d'un site se répartit uniformément sur les sites voisins.

Ce lien est intuitif si l'on imagine la chaleur comme une grande quantité de "particules caloriques".

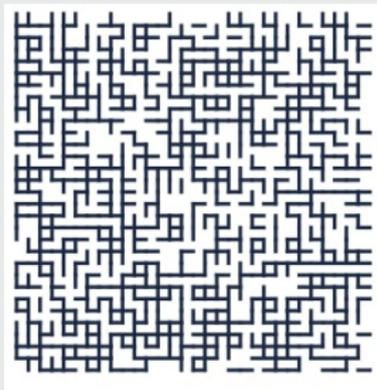
Promenade : des marches aléatoires à l'équation de la chaleur

Proposé par : **Jérémy Brioussel**

*Enfin, si les mailles de la grille sont suffisamment petites (ou si l'on regarde de suffisamment loin), la trajectoire de la particule décrit le fameux **mouvement brownien**, lié comme précédemment à l'équation différentielle de la chaleur.*

Mathématiques Discrètes

Proposé par : **Jorge Ramirez-Alfonsin**



Modèle de percolation : les points contigus de la grille sont reliés avec une probabilité p

Mathématiques Discrètes

Proposé par : **Jorge Ramirez-Alfonsin**

*La **méthode probabiliste** est un outil puissant qui a été utilisé pour aborder beaucoup de problèmes dans les mathématiques discrètes.*

Mathématiques Discrètes

Proposé par : **Jorge Ramirez-Alfonsin**

*La **méthode probabiliste** est un outil puissant qui a été utilisé pour aborder beaucoup de problèmes dans les mathématiques discrètes.*

Nous regarderons le fonctionnement de cette méthode avec un problème sur les tournois (graphe complet orienté).

Mathématiques Discrètes

Proposé par : **Jorge Ramirez-Alfonsin**

*Si le temps le permet, nous discuterons également le problème connu comme le **dilemme de l'espion**. Nous décrirons une méthode (basée sur la notion de 3-colorations d'un graphe) pour échanger des mots de passe dans le contexte du dilemme*

Mathématiques Babylonniennes

Proposé par : **Anne Cortella**



Tablette d'argile babylonienne en numération sexagésimale

~ 1800 av J.C

Mathématiques Babylonniennes

Proposé par : **Anne Cortella**

*Compter en **base 60** comme les babyloniens c'est facile. Mais que savaient-ils vraiment faire ?*

Mathématiques Babylonniennes

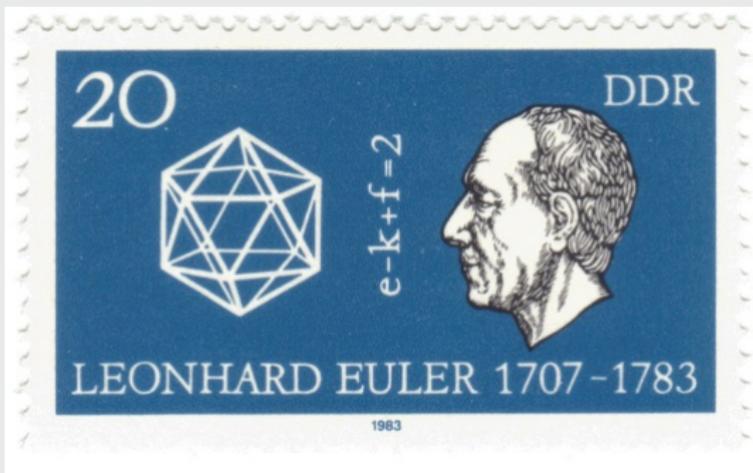
Proposé par : **Anne Cortella**

*En se basant sur les travaux de **Christine Proust**, historienne des maths, qui a étudié les tablettes d'argile trouvées à Nippur, on peut s'interroger sur les nombres et les méthodes de calcul, mais surtout sur la manière de les représenter et de les penser.*

De quoi retourner faire de l'arithmétique.

Caractéristique d'Euler et conjecture de Poincaré

Proposé par : **Thierry Mignon**



Timbre de RDA commémorant le 200e anniversaire de la mort d'Euler

Caractéristique d'Euler et conjecture de Poincaré

Proposé par : **Thierry Mignon**

*Un résultat d'Euler affirme que pour tout polyèdre usuel (dés à plusieurs face, polyèdres platoniciens entre autres), le nombre de sommets, moins le nombre d'arêtes, plus le nombre de faces est toujours égale à 2 : c'est la **caractéristique d'Euler** du polyèdre.*

Caractéristique d'Euler et conjecture de Poincaré

Proposé par : **Thierry Mignon**

Nous pourrions aborder l'origine de cette formule et tenter de proposer des idées de preuves.

Caractéristique d'Euler et conjecture de Poincaré

Proposé par : **Thierry Mignon**

*L'histoire de cette preuve est émaillée de démonstrations incomplètes ou fausses, qui conduisent à la notion de **genre** d'une surface.*

Caractéristique d'Euler et conjecture de Poincaré

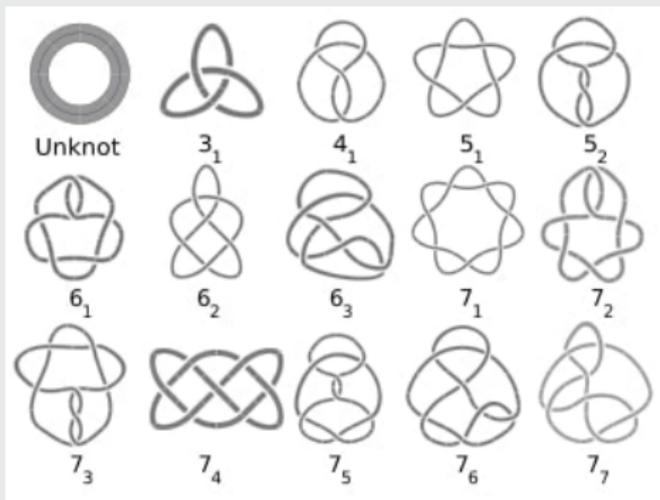
Proposé par : **Thierry Mignon**

Nous pourrons aussi parler de la conjecture de Poincaré, démontrée par Grigori Perelman en 2003.

La conjecture de Poincaré faisait partie des sept « problèmes du prix du millénaire » mis à prix par l'Institut de mathématiques Clay. Perelman refusa le prix d'un millions de dollars.

Autour de la théorie des nœuds

Proposé par : **Hoel Queffelec**



Début de classification des nœuds

Autour de la théorie des nœuds

Proposé par : **Hoel Queffelec**

*Un nœud au sens mathématique, c'est la même chose qu'un vrai nœud dans la vraie vie : une ficelle nouée.
Simplement, on en recolle les deux bouts.*

Autour de la théorie des nœuds

Proposé par : **Hoel Queffelec**

Un nœud au sens mathématique, c'est la même chose qu'un vrai nœud dans la vraie vie : une ficelle nouée.

Simplement, on en recolle les deux bouts.

*Se pose alors la question de distinguer les nœuds **à déformation près**.*

Autour de la théorie des nœuds

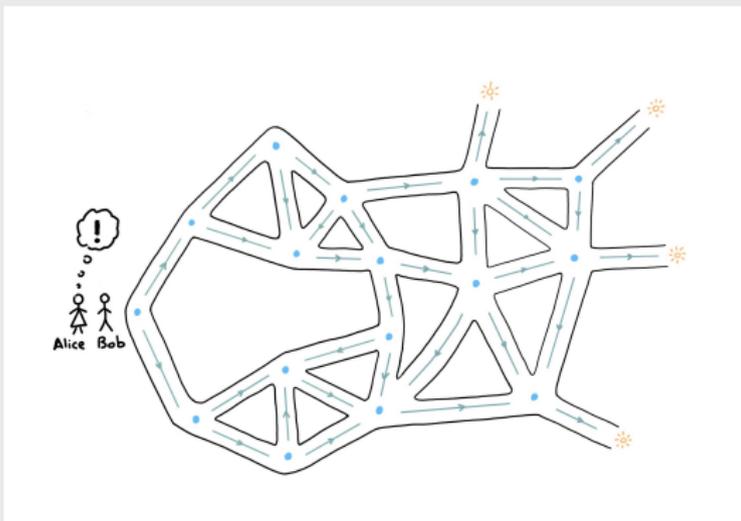
Proposé par : **Hoel Queffelec**

Cette question vieille de plus d'un siècle a largement alimenté toute une part de la géométrie et de la topologie.

*Elle pourrait donner lieu à un atelier, autour de la **représentation des nœuds**, de leurs **invariants polynomiaux**, voire des outils de catégorification diagrammatique qui leur sont reliés.*

Jeux combinatoires

Proposé par : **David Théret**



Alice joue et gagne

Jeux combinatoires

Proposé par : **David Théret**

*Les **jeux combinatoires** sont des jeux à deux joueurs, sans hasard et à information totale. La plupart des jeux "sérieux" classiques en sont des exemples (échecs, dames, go...)*

Jeux combinatoires

Proposé par : **David Théret**

*Les **jeux combinatoires** sont des jeux à deux joueurs, sans hasard et à information totale. La plupart des jeux "sérieux" classiques en sont des exemples (échecs, dames, go...)*

Une classe particulière de jeux combinatoires, dont le jeu de Nim est le représentant de référence, est particulièrement simple à analyser.

Jeux combinatoires

Proposé par : **David Théret**

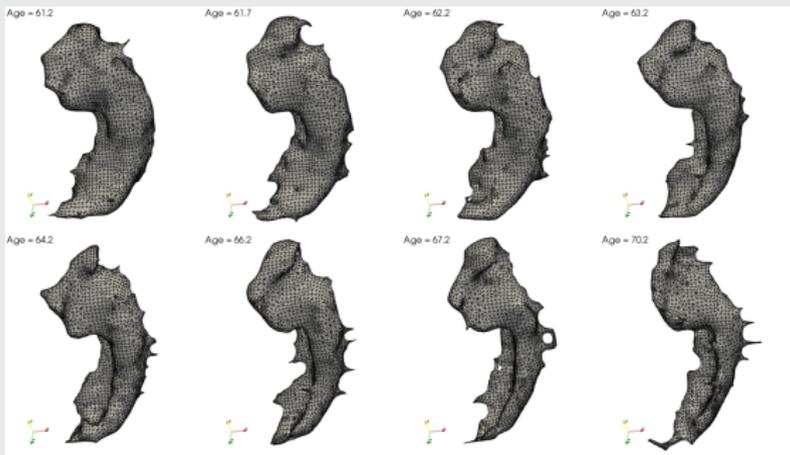
*Les **jeux combinatoires** sont des jeux à deux joueurs, sans hasard et à information totale. La plupart des jeux "sérieux" classiques en sont des exemples (échecs, dames, go...)*

Une classe particulière de jeux combinatoires, dont le jeu de Nim est le représentant de référence, est particulièrement simple à analyser.

Leur étude ne demande aucun prérequis, et fait essentiellement appel au raisonnement logique ; elle peut se pratiquer à tout niveau (de l'école élémentaire à l'université, avec évidemment des objectifs différents).

Mathématiques et algorithmiques pour l'analyse de la variabilité de surfaces corticales issues de la segmentation d'IRM

Proposé par : **Benjamin Charlier**



Évolution de l'hippocampe d'un patient sur 10 ans

Mathématiques et algorithmiques pour l'analyse de la variabilité de surfaces corticales issues de la segmentation d'IRM

Proposé par : **Benjamin Charlier**

La démocratisation de l'imagerie par résonance magnétique (IRM) rend nécessaire l'automatisation de l'analyse de la variabilité des données acquises.

Mathématiques et algorithmiques pour l'analyse de la variabilité de surfaces corticales issues de la segmentation d'IRM

Proposé par : **Benjamin Charlier**

La démocratisation de l'imagerie par résonance magnétique (IRM) rend nécessaire l'automatisation de l'analyse de la variabilité des données acquises.

Ainsi, pour tenter d'améliorer la détection des maladies neuro-dégénératives (type Alzheimer ou Parkinson), un des champs de recherche actuel, concerne l'étude des changements de conformation de certaines structures cérébrales au cours du temps.

Mathématiques et algorithmiques pour l'analyse de la variabilité de surfaces corticales issues de la segmentation d'IRM

Proposé par : **Benjamin Charlier**

On se pose la question suivante: comment déterminer, à partir d'une base de données d'apprentissage (cf. image ci-dessus), si un changement de forme de l'hippocampe est d'origine pathologique ou est dû au vieillissement normal ?

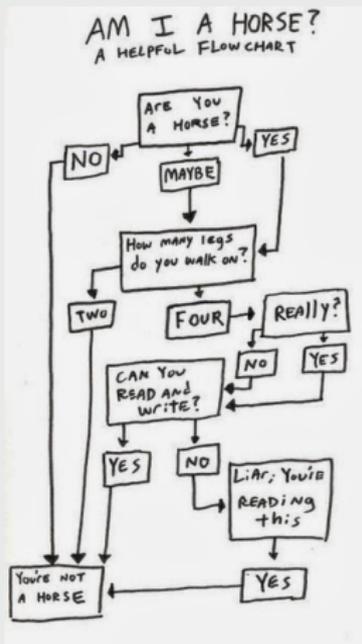
Mathématiques et algorithmiques pour l'analyse de la variabilité de surfaces corticales issues de la segmentation d'IRM

Proposé par : **Benjamin Charlier**

Partant d'exemples de données réelles, nous présenterons des techniques allant des outils théoriques (géométrie riemannienne, analyse Hilbertienne) aux outils plus pratiques (méthodes numériques, différentiation automatique, apprentissage machine) pour traiter ces données de grande dimension. L'ensemble des notions abordées pouvant être assez vaste, la discussion pourra (devra) se concentrer sur certains sujets en accord avec l'intérêt des participants.

Algorithmique

Proposé par : **Simon Modeste**



Algorithmique

Proposé par : **Simon Modeste**

L'algorithmique prend une place importante dans les programmes du secondaire.

Algorithmique

Proposé par : **Simon Modeste**

La proposition peut concerner un approfondissement sur l'algorithmique :

Algorithmique

Proposé par : **Simon Modeste**

La proposition peut concerner un approfondissement sur l'algorithmique :

- Complexité
- Algorithmes avancés

Algorithmique

Proposé par : **Simon Modeste**

La proposition peut concerner un approfondissement sur l'algorithmique :

- Complexité
- Algorithmes avancés

Algorithmique

Proposé par : **Simon Modeste**

La proposition peut concerner un approfondissement sur l'algorithmique :

- Complexité
- Algorithmes avancés
- Structures de données spécifiques

Algorithmique

Proposé par : **Simon Modeste**

La proposition peut concerner un approfondissement sur l'algorithmique :

- Complexité
- Algorithmes avancés
- Structures de données spécifiques
- *etc*

Algorithmique

Proposé par : **Simon Modeste**

La proposition peut concerner un approfondissement sur l'algorithmique :

- Complexité
- Algorithmes avancés
- Structures de données spécifiques
- *etc*

ou une intervention plus liées aux questions d'enseignement et d'apprentissage de l'algorithmique, en lien avec les mathématiques.

Algorithmique

Proposé par : **Simon Modeste**

Formule à préciser avec les enseignants concernés.

Mathématiques, bulles de savon et isopérimétrie

Proposé par : **Philippe Castillon**



Mathématiques, bulles de savon et isopérimétrie

Proposé par : **Philippe Castillon**

Nous aborderons quelques questions autour de la géométrie différentielles et de la notion de surfaces.

Mathématiques, bulles de savon et isopérimétrie

Proposé par : **Philippe Castillon**

Nous aborderons quelques questions autour de la géométrie différentielles et de la notion de surfaces.

*Nous pourrons parler des différentes notions de **courbures** et de quelques problèmes d'**optimisations de formes** ou d'énergie.*

Mathématiques, bulles de savon et isopérimétrie

Proposé par : **Philippe Castillon**

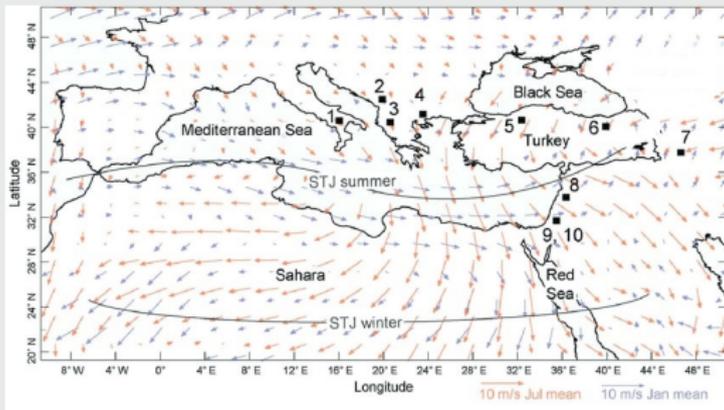
Nous aborderons quelques questions autour de la géométrie différentielles et de la notion de surfaces.

*Nous pourrons parler des différentes notions de **courbures** et de quelques problèmes d'**optimisations de formes** ou d'énergie.*

*Nous pourrons alors présenter la notion de **surface minimale** qui modélise la forme des films et bulles de savon.*

Équations différentielles et modélisation

Proposé par : **Pascal Azerad**



Équations différentielles et modélisation

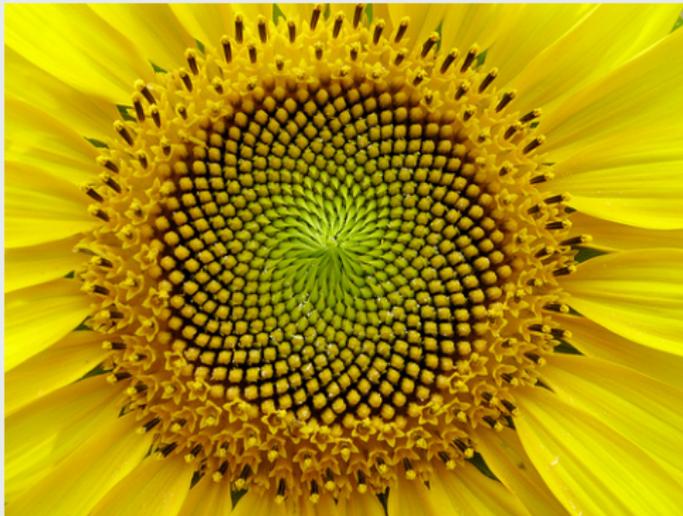
Proposé par : **Pascal Azerad**

Les lois physiques ou biologiques s'écrivent souvent en équations différentielles.

Sous forme d'atelier, on cherchera à visualiser les équations différentielles, à en calculer des solutions exactes ou approchées, à la main ou avec un ordinateur.

La fleur de tournesol

Proposé par : **Jean Malgoire**



La fleur de tournesol

Proposé par : **Jean Malgoire**

L'observation attentive d'une fleur de tournesol par sa mystérieuse beauté, nous met immédiatement au défi, pour peu que l'on ait un minimum de curiosité scientifique, d'en comprendre la structure complexe.

La fleur de tournesol

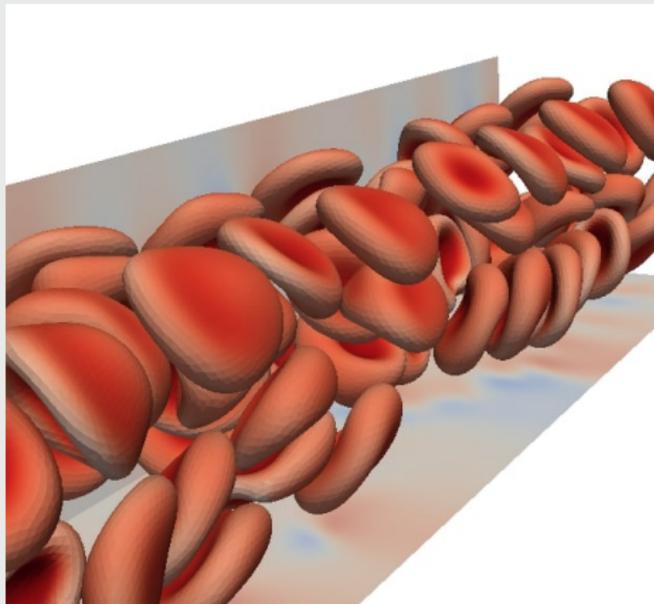
Proposé par : **Jean Malgoire**

L'observation attentive d'une fleur de tournesol par sa mystérieuse beauté, nous met immédiatement au défi, pour peu que l'on ait un minimum de curiosité scientifique, d'en comprendre la structure complexe.

*Plusieurs approches sont possibles mais toutes nous conduisent, à travers différents modèles, vers le **nombre d'or** et la théorie des **fractions continuées**. L'exploration de quelques modèles ainsi que l'étude de la théorie des fractions continuées constitue le cœur du thème proposé.*

Simulation numérique pour les écoulement sanguins

Proposé par : **Simon Mendez**



Simulation numérique pour les écoulement sanguins

Proposé par : **Simon Mendez**

Je travaille sur l'application des mathématiques à la simulation numérique des écoulements sanguins.

*Les problématiques sont très variées, car mes travaux portent à la fois sur les écoulements sanguins dans les grands vaisseaux du corps (**grandes artères** et **cœur**) et sur les écoulements sanguins à l'échelle même des **globules rouges**.*

Simulation numérique pour les écoulement sanguins

Proposé par : **Simon Mendez**

Je peux donc présenter la simulation numérique en mécanique des fluides, parler de résolution d'équation par ordinateur, et des applications au médical.

- *Qu'est-ce que les maths/la simulation permet d'apprendre au médecin ?*
- *En quoi peuvent-elles servir pour l'ingénierie biomédicale ?*

Simulation numérique pour les écoulement sanguins

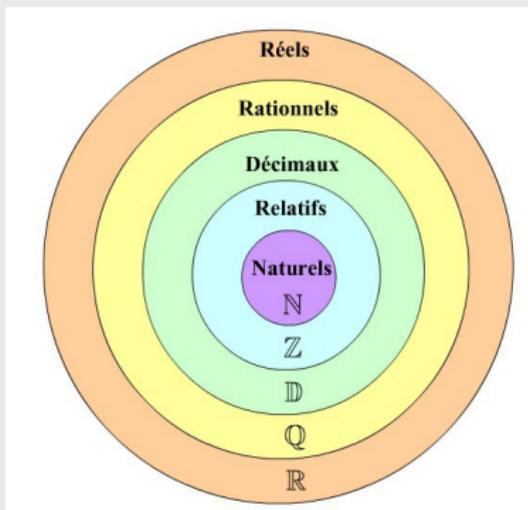
Proposé par : **Simon Mendez**

Voici des exemples d'application :

- explication des mouvements du sang dans le corps ;
- prévision de la coagulation du sang ;
- simulation de dispositifs biomédicaux (valves artificielles, dispositifs de traitement d'anévrismes...) ;
- amélioration des analyses de sang ;
- compréhension de la rhéologie du sang ;
- lien entre état de la membrane des globules rouges et leur comportement en écoulement ;
- simulation d'imagerie médicale.

Fonctions et topologie de la droite réelle

Proposé par : **Viviane Durant-Guerrier**



Fonctions et topologie de la droite réelle

Proposé par : **Viviane Durant-Guerrier**

Nous proposons deux ateliers, à faire séparément, ou au cours d'une seule rencontre :

Fonctions et topologie de la droite réelle

Proposé par : **Viviane Durant-Guerrier**

1. Etude des points fixes d'une fonction croissante d'un ensemble dans lui même

*Dans cet atelier, on proposera aux participants de questionner l'existence de points fixes pour une fonction croissante d'un ensemble dans lui-même dans **différents ensembles de nombres**.*

*L'objectif de cet atelier est de questionner les distinctions entre le **discret**, le **dense** et le **continu** pour les ensemble usuels de nombres.*

Fonctions et topologie de la droite réelle

Proposé par : **Viviane Durant-Guerrier**

2. Construction de fonctions vérifiant la relation algébrique :

$$f(a + b) = f(a)f(b)$$

Dans cet atelier, on proposera aux participants d'explorer les fonctions vérifiant cette relation algébrique pour une valeur donnée de $f(1)$ en se plaçant dans \mathbb{N} , dans \mathbb{Z} , dans \mathbb{Q} puis dans \mathbb{R} .

L'objectif de cet atelier est de questionner les distinctions entre le discret le dense et le continu pour les ensembles usuels de nombres.

Fractions continues, approximation des réels par des rationnels et statistiques

Proposé par : **Alain Bruguères**

$$1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}}}}} = \varphi$$

Ecriture du nombre d'or en fraction continuée

Fractions continues, approximation des réels par des rationnels et statistiques

Proposé par : **Alain Bruguières**

Une fraction continue est une écriture de la forme

$$x = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 \dots}}}$$

où a_0 est un entier relatif et les a_i sont des entiers ≥ 1 pour $i \geq 1$.

Fractions continues, approximation des réels par des rationnels et statistiques

Proposé par : **Alain Bruguères**

*On montre que **tout nombre réel irrationnel** x s'écrit de manière unique sous forme de fraction continue.*

Fractions continues, approximation des réels par des rationnels et statistiques

Proposé par : **Alain Bruguères**

On montre que *tout nombre réel irrationnel* x s'écrit de manière unique sous forme de fraction continue.

Un nombre *rationnel* $x = \frac{n}{d}$ s'écrit lui aussi comme une fraction similaire, mais cette fois avec un nombre fini de coefficients, et cette écriture se déduit très simplement de l'algorithme d'Euclide appliqué au calcul du p.g.c.d. de n et de d .

Fractions continues, approximation des réels par des rationnels et statistiques

Proposé par : **Alain Bruguères**

L'écriture d'un nombre comme fraction continue renseigne sur la meilleure manière (en un sens à définir) d'approcher ce nombre par des rationnels, ce qui explique par exemple :

- Comment se répartissent les années bissextiles,
- En quel sens $22/7$ et $255/113$ sont de bonnes approximations de π ,
- Pourquoi le **nombre d'or** est le nombre réel le plus difficile à approcher par des rationnels.

Fractions continues, approximation des réels par des rationnels et statistiques

Proposé par : **Alain Bruguières**

Les statistiques s'en mêlent lorsque l'on regarde comment se répartissent les coefficients $a_1, a_2, a_3 \dots$ du développement en fraction continue d'un nombre réel x pris au hasard.

Fractions continues, approximation des réels par des rationnels et statistiques

Proposé par : **Alain Bruguières**

Les statistiques s'en mêlent lorsque l'on regarde comment se répartissent les coefficients $a_1, a_2, a_3 \dots$ du développement en fraction continue d'un nombre réel x pris au hasard.

Un mathématicien Russe nommé *Alexandre Khintchine* a démontré le résultat très surprenant suivant : la moyenne géométrique des coefficients du développement en fraction continue d'un réel est presque toujours égale à une certaine constante réelle, appelée **constante de Khintchine**.

Fractions continues, approximation des réels par des rationnels et statistiques

Proposé par : **Alain Bruguères**

Les statistiques s'en mêlent lorsque l'on regarde comment se répartissent les coefficients $a_1, a_2, a_3 \dots$ du développement en fraction continue d'un nombre réel x pris au hasard.

Un mathématicien Russe nommé *Alexandre Khintchine* a démontré le résultat très surprenant suivant : la moyenne géométrique des coefficients du développement en fraction continue d'un réel est presque toujours égale à une certaine constante réelle, appelée **constante de Khintchine**.

Ce théorème résulte d'un théorème général très important : le **théorème d'ergodicité**, qui porte sur les propriétés statistiques d'un système dynamique.

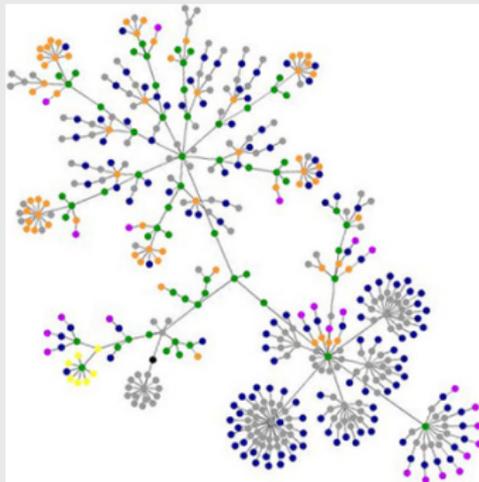
Fractions continues, approximation des réels par des rationnels et statistiques

Proposé par : **Alain Bruguières**

Il s'agit donc d'un thème où il y a beaucoup de pistes à explorer, au gré des goûts et des intérêts des participants, avec des aspects très élémentaires, algébriques ou analytiques, tout comme des aspects plus subtils liés aux systèmes dynamiques et aux probabilités, mais qui peuvent être abordés de manière assez élémentaire et intuitive.

Mathématiques de l'informatique

Proposé par : **Simon Modeste**



Un arbre...

Mathématiques de l'informatique

Proposé par : **Simon Modeste**

Cette proposition concerne les mathématiques liées à l'informatique :

Mathématiques de l'informatique

Proposé par : **Simon Modeste**

Cette proposition concerne les mathématiques liées à l'informatique :

- *Théorie des graphes*

Mathématiques de l'informatique

Proposé par : **Simon Modeste**

Cette proposition concerne les mathématiques liées à l'informatique :

- *Théorie des graphes*
- *Combinatoire*

Mathématiques de l'informatique

Proposé par : **Simon Modeste**

Cette proposition concerne les mathématiques liées à l'informatique :

- *Théorie des graphes*
- *Combinatoire*
- *Recherche opérationnelle*

Mathématiques de l'informatique

Proposé par : **Simon Modeste**

Cette proposition concerne les mathématiques liées à l'informatique :

- *Théorie des graphes*
- *Combinatoire*
- *Recherche opérationnelle*
- *etc*

Mathématiques de l'informatique

Proposé par : **Simon Modeste**

Cette proposition concerne les mathématiques liées à l'informatique :

- *Théorie des graphes*
- *Combinatoire*
- *Recherche opérationnelle*
- *etc*

Selon la demande, il peut s'agir d'un approfondissement mathématique ou d'une intervention en lien avec les questions d'enseignement et d'apprentissage au secondaire.

Mathématiques de l'informatique

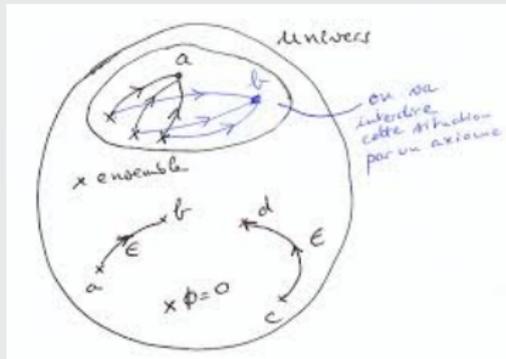
Proposé par : **Simon Modeste**

Cette proposition concerne les mathématiques liées à l'informatique :

Formule à préciser avec les enseignants concernés.

Le vrai et le démontrable : vers les théorèmes de Gödel

Proposé par : **Jean Malgoire**



Petit modèle de la théorie des ensemble, illustration de René Cori

Le vrai et le démontrable : vers les théorèmes de Gödel

Proposé par : **Jean Malgoire**

*Depuis la création par Euclide, il y a plus de 23 siècles, de la **méthode axiomatique**, la distinction entre les notions de vérité et de preuve est progressivement devenue nécessaire et éclairante sur la nature de l'activité mathématique.*

Le vrai et le démontrable : vers les théorèmes de Gödel

Proposé par : **Jean Malgoire**

*La **VÉRITÉ** d'un énoncé n'a de pertinence que dans chaque modèle particulier d'une théorie axiomatique alors que la **PREUVE** de ce même énoncé est une notion syntaxique ne dépendant que des axiomes de la théorie et des méthodes de démonstration fixées.*

Le vrai et le démontrable : vers les théorèmes de Gödel

Proposé par : **Jean Malgoire**

*Une approche élémentaire de cette distinction peut être faite à partir de théories axiomatiques très simples comme celle de la géométrie plane affine (dans l'esprit d'Euclide...) où la variété des modèles (par exemple des plans affines sur des corps finis) nous fournit des exemples très naturels de **formules indécidables** (c.a.d. formules telles que ni elles ni leurs négations ne peuvent être démontrées.)*

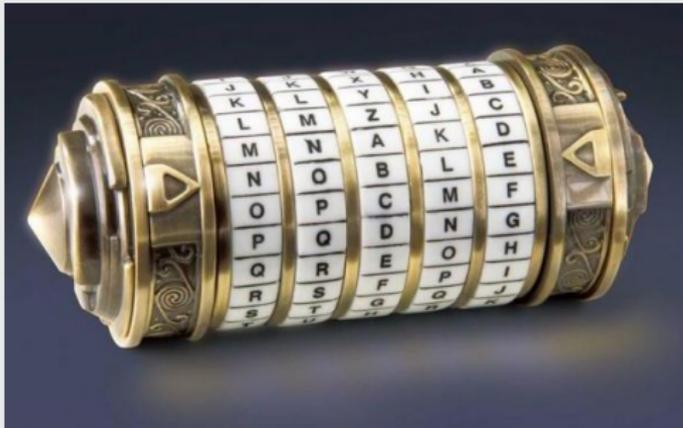
Le vrai et le démontrable : vers les théorèmes de Gödel

Proposé par : **Jean Malgoire**

*On pourra ensuite aller plus loin en s'intéressant à des théories axiomatiques justement célèbres comme **l'arithmétique de Peano** ou la **théorie des ensembles**, et par la même occasion arriver à une compréhension raisonnable des **théorèmes de Gödel**.*

Cryptographie, arithmétique et informatique

Proposé par : **Thierry Mignon**



Cryptographie, arithmétique et informatique

Proposé par : **Thierry Mignon**

Jeu, ou enjeu stratégique, le cryptage de document est une activité ancienne. Jules César cryptait ces communications en décalant chaque lettre de trois crans.

Cryptographie, arithmétique et informatique

Proposé par : **Thierry Mignon**

Depuis l'arrivée d'Internet, des transferts de fichier et de la généralisation des transactions en lignes, la cryptographie est devenue une activité essentielle de nos sociétés.

Cryptographie, arithmétique et informatique

Proposé par : **Thierry Mignon**

*Les dernières méthodes de chiffrement reposent sur des résultats récents de théorie des nombres, et des algorithmes informatiques toujours plus performants. Nous pourrions évoquer ensemble, et peut-être programmer à l'aide du logiciel **SAGE**, les premières de ces méthodes à clé publiques ou privées, dont la **méthode RSA**.*

L'histogramme, de la statistique descriptive à la statistique inférentielle.

Proposé par : **Élodie Brunel-Piccinini**



L'histogramme, de la statistique descriptive à la statistique inférentielle.

Proposé par : **Élodie Brunel-Piccinini**

L'histogramme est un objet à la fois très populaire et mal connu.

Chacun a déjà été confronté à cette représentation graphique qui se résume bien souvent en une juxtaposition de rectangles dont l'aire est proportionnelle ou égale à la fréquence des classes dans lesquelles sont rangées les observations.

L'histogramme, de la statistique descriptive à la statistique inférentielle.

Proposé par : **Élodie Brunel-Piccinini**

*Mais cet objet prend tout son sens dès lors que l'on considère les observations comme réalisations de **variables aléatoires** dans un modèle d'échantillonnage.*

L'histogramme, de la statistique descriptive à la statistique inférentielle.

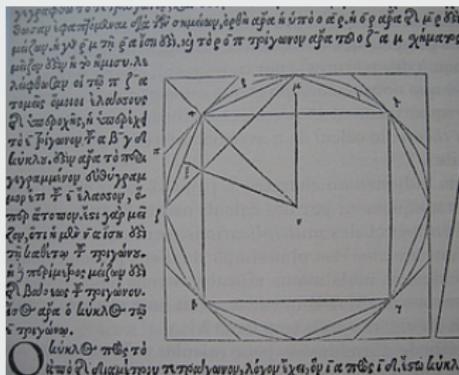
Proposé par : **Élodie Brunel-Piccinini**

L'histogramme devient alors lui-même une variable aléatoire, estimateur de la densité de probabilité sous-jacente au modèle aléatoire, dont on peut étudier les propriétés probabilistes.

*Sous cet angle, il est alors possible d'établir un lien entre la **statistique descriptive** et la **statistique inférentielle**.*

La mesure des aire d'Archimède à Lebesgue.

Proposé par : **Gaëtan Planchon**



La méthode d'exhaustion d'Archimède encadrant l'aire d'un disque.

La mesure des aire d'Archimède à Lebesgue.

Proposé par : **Gaëtan Planchon**

Dans cette atelier, nous explorerons la notion d'aire.

La mesure des aire d'Archimède à Lebesgue.

Proposé par : **Gaëtan Planchon**

Dans cette atelier, nous explorerons la notion d'aire.

*En commençant par la **méthode d'exhaustion d'Archimède** et le calcul de l'aire du disque et du segment de parabole, nous discuterons des **indivisibles de Cavalieri** qui précèdent le calcul infinitésimal.*

La mesure des aire d'Archimède à Lebesgue.

Proposé par : **Gaëtan Planchon**

*Nous poursuivrons la question de la mesure des aires avec la construction d'une mesure des **ensembles quarrables** du plan, ce qui fournit une théorie pour l'introduction de l'intégrale en Terminale S.*

La mesure des aire d'Archimède à Lebesgue.

Proposé par : **Gaëtan Planchon**

*Nous poursuivrons la question de la mesure des aires avec la construction d'une mesure des **ensembles quarrables** du plan, ce qui fournit une théorie pour l'introduction de l'intégrale en Terminale S. Ce travail pourra se prolonger par une construction de la **mesure de Lebesgue** des compacts du plan, puis des ouverts.*

La mesure des aire d'Archimède à Lebesgue.

Proposé par : **Gaëtan Planchon**

Un deuxième atelier pourra être proposé pour étudier les procédures intégrales et différentielles entre mathématiques et physique (découpage, sommation, limite).

D'autres idées de thèmes

Proposé par : **À déterminer**

D'autres idées de thèmes

Proposé par : **À déterminer**

Les thèmes suivants ne sont pas associés à un intervenant précis, mais pourraient être abordés avec l'un des membre de l'IMAG.

- *La notion d'infini, les cardinaux.*
- *Systèmes dynamiques, théorie du chaos.*
- *Discussions sur les théorèmes ou conjectures célèbres (les prix du millénaires, le théorème de Fermat, etc.)*
- *Utilisation du traitement de texte **LaTeX**.*
- *Utilisation de logiciels de statistiques.*
- *Utilisation du logiciel de calcul formel **SAGE***
- *etc !*

Tous ces thèmes figurent sur **sur le site de l'IREM**,
sur la *page des laboratoires de mathématiques* :

<https://irem.edu.umontpellier.fr/actualites/laboratoires-de-mathematiques/>

Contact : **thierry.mignon@umontpellier.fr**