

# *SEQUENCE SUR LES FRACTIONS ET LES DECIMAUX*

**Séquence tirée de ERMEL et re-travaillée par le groupe 1<sup>er</sup> degré de l'IREM de Montpellier au cours de l'année scolaire 2016 – 2017.**

**La séquence a été filmée dans une classe de CM1-CM2 de l'école J. Rostand à Clermont l'Hérault. Le montage du film est destiné à soutenir une réflexion pédagogique en formation initiale ou continue des enseignants.**

## Référence aux programmes 2016

Cette séquence travaille les points suivants du programme concernant les fractions et les décimaux. Ces nombres sont introduits en cycle 3.

Dans les **6 compétences** de mathématiques, on trouve concernant ces nombres :

*Représenter* : Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.

*Calculer* : Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).

### Dans le domaine *Nombres et calculs* :

Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, **notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée**. Le lien à établir avec les connaissances acquises à propos des entiers est essentiel. Avoir une bonne compréhension des relations entre les différentes unités de numération des entiers (unités, dizaines, centaines de chaque ordre) permet de les **prolonger aux dixièmes, centièmes...** Les caractéristiques communes entre le système de numération et le système métrique sont mises en évidence. **L'écriture à virgule est présentée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale** ou d'une somme de fractions décimales.

Cela permet de mettre à jour la **nature des nombres décimaux** et de justifier les règles de comparaison (qui se différencient de celles mises en œuvre pour les entiers) et de calcul.

### **Attendus de fin de cycle**

- *Utiliser et représenter [...] des fractions simples, les nombres décimaux.*

Comprendre et utiliser la notion de fractions simples. - Écritures fractionnaires. - Diverses désignations des fractions (orales, écrites et décompositions).	Utiliser des fractions pour : - rendre compte de partage de grandeurs ou de mesure de grandeurs dans des cas simples ; - exprimer un quotient.
Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée. - Une première extension de la relation d'ordre.	Situation permettant de relier les formulations la moitié, le tiers, le quart et $1/2$ de, $1/3$ de, $1/4$ de, etc. (fractions vues comme opérateurs). Par exemple, en utilisant une demi-droite graduée, les élèves établissent que $5/10 = 1/2$ , que $10/100 = 1/10$ , etc.
Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs.	Écrire une fraction sous forme de la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.
Établir des égalités entre des fractions simples.	Situations nécessitant :
Comprendre et utiliser la notion de nombre	- d'utiliser des nombres décimaux pour rendre compte de partage de grandeurs ou de mesure

<p>décimal.</p> <p>- Spécificités des nombres décimaux.</p> <p>Associer diverses désignations d'un nombre décimal (fractions décimales, écritures à virgule et décompositions).</p> <p>- Règles et fonctionnement des systèmes de numération dans le champ des nombres décimaux, relations entre unités de numération (point de vue décimal), valeurs des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture à virgule d'un nombre décimal (point de vue positionnel).</p> <p>Repérer et placer des décimaux sur une demi-droite graduée adaptée.</p> <p>Comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres décimaux.</p> <p>- Ordre sur les nombres décimaux.</p>	<p>de grandeurs dans des cas simples ;</p> <p>- d'utiliser différentes représentations : mesures de longueurs et aires, une unité étant choisie ;</p> <p>- de faire le lien entre les unités de numération et les unités de mesure (dixième/dm/dg/dL, centième/cm/cg/cL/centimes d'euros, etc.).</p> <p>La demi-droite numérique graduée est l'occasion de mettre en évidence des agrandissements successifs de la graduation du 1/10 au 1/1000.</p>
---	--

- *Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.*
- *Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul.*

### **Repères de progressivité :**

***Fractions et décimaux*** : Les fractions sont à la fois objet d'étude et support pour l'introduction et l'apprentissage des nombres décimaux. Pour cette raison, on commence dès le CM1 l'étude des fractions simples (comme  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{5}{2}$ ) et des fractions décimales. Du CM1 à la 6e, on aborde différentes conceptions possibles de la fraction, du partage de grandeurs jusqu'au quotient de deux nombres entiers, qui sera étudié en 6e. Pour les nombres décimaux, les activités peuvent se limiter aux centièmes en début de cycle pour s'étendre aux dix-millièmes en 6e.

### **Dans le domaine Grandeurs et mesures :**

La notion de mesure d'une grandeur, consiste à associer, une unité étant choisie, un nombre (entier ou non) à la grandeur considérée. Il s'agit de déterminer combien d'unités ou de fractionnements de l'unité sont contenus dans la grandeur à mesurer.

Les opérations sur les grandeurs permettent également d'aborder les opérations sur leurs mesures.

### **Attendus de fin de cycle :**

- *Comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle.*

- *Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.*

## Pré-requis

Au CE2 ou en début de CM1, les élèves ont déjà utilisé des fractions très simples (la moitié, un quart, un tiers en langage naturel, pour exprimer des partages).

Au CM1, les élèves ont déjà travaillé sur les fractions (pendant 2 ou 3 séances, cf Capmath CM1), et ils connaissent l'expression « écriture fractionnaire » ainsi que la notation mathématique des fractions. Ils ont donc fait des séances dans lesquelles la fraction apparaissait comme **fraction partage**, d'un ou plusieurs objets physiques (gâteaux, pizzas...) ou mathématiques (segments, aire d'un carré, d'un rectangle...).

Lors du travail sur les grands nombres, les élèves auront utilisé un tableau de numération et placé des nombres dedans, nombres qu'ils ont aussi décomposé en somme, dans les différentes unités du système de numération (ex :  $12\ 357 = 1d \text{ de mille} + 2u \text{ de mille} + 3c + 5d + 7u$ ).

## Plan de séquence :

9 séances de 45 mn à 1h

**Séance 1** : introduction de la fraction par le partage de longueurs

**Séance 2** : mesurer un segment à l'aide d'une bande-unité (donner l'écriture fractionnaire correspondant)

**Séance 3** : tracer un segment à partir de mesures données en utilisant la bande-unité

**Séance 4** : recherche d'écritures équivalentes à une écriture donnée

**Séance 5** : placer des fractions sur une demi-droite ; passer de la représentation des bandes unités à une demi-droite composée d'unités fractionnées

**Séance 6** : construire et utiliser une demi-droite graduée en dixièmes et en centièmes

**Séance 7** : placer des fractions décimales sur une droite graduée

**Séance 8** : passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule (tableau de numération)

**Séance 9** : placer des nombres décimaux (donnés en écriture décimale) sur la demi-droite graduée

## Fiche séance

**Titre de la séquence :** Fractions et décimaux

**Titre de la séance :** Introduction de la fraction par le partage de longueurs

**Séance n° 1**

**Ref aux programmes :**

**Objectifs spécifiques ou apprentissages visés :**

- mesurer un segment de longueur fractionnaire à l'aide d'une bande-unité
- passer du langage naturel à une écriture fractionnaire

**Matériel / binôme :**

**Utilisation de la règle interdite**

- 1 enveloppe contenant : 1 segment à mesurer (A, B, C ou D, nom au dos de la feuille),  $\frac{1}{4}$  de feuille A4 pour le message réponse, 5 ou 6 bandes unités blanches (de même longueur et de largeurs différentes)
- Les longueurs doivent être les suivantes : A :  $\frac{3}{2}$  ; B :  $\frac{7}{8}$  ; C :  $\frac{2}{3}$  ; D :  $\frac{5}{4}$  (de la longueur de la bande unité) (cf. annexe 1 : matériel photocopiable)
- 1 feuille avec les 4 segments tracés et nommés

**Préparation du tableau :**

- Un tableau (affiche) indiquant la correspondance des binômes, le prénom du chef de groupe étant souligné (c'est celui qui est chargé d'apporter le message et de rapporter celui de l'autre équipe)

ex : Raphaël / Mathéo       $\longleftrightarrow$       Elise / Samantha

- Consignes phase 1, écrites au tableau :

- 1/ Mesurez votre segment à l'aide de la bande-unité et uniquement à l'aide de cette bande.
- 2/ Ecrivez un message pour qu'un autre groupe reconnaisse (uniquement à partir de votre message) le segment que vous avez eu parmi les quatre de longueurs différentes tracés sur une feuille.
- 3/ A ma demande, vous échangez les messages et je vous donne la feuille où sont tracés les quatre segments différents.
- 4/ Quel segment avez-vous reconnu en lisant le message de l'autre groupe ? Demandez-leur si vous avez trouvé la bonne réponse.
- 5/ Ensemble, au tableau, nous ferons le bilan des messages qui permettent d'identifier ou non les segments.

## Fiche séance

Durée	Déroulement	Commentaires
<p>5 ' en collectif</p> <p>5'</p> <p>15' en binôme</p> <p>20'</p>	<p><b>Phase 1 :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Consignes orales : « Vous allez travailler par deux ce matin. Chaque groupe aura une feuille sur laquelle est tracé un segment. Dans la classe il y aura 4 segments différents, cela veut dire que tous les groupes n'auront pas le même segment. Chaque segment a un nom inscrit au dos de la feuille, mais pour l'instant on ne le regarde pas. Maintenant je vais donner à chacun une bande qu'on va appeler la bande-unité, elle va nous servir tout à l'heure pour mesurer le segment. Toutes ces bandes ont la même longueur mais pas forcément la même largeur. Je donnerai enfin une petite feuille de papier à chaque groupe, sur laquelle vous devrez écrire tout à l'heure la mesure de votre segment sous la forme d'un message. Ce message, vous le donnerez ensuite à une autre équipe qui devra reconnaître votre segment parmi les 4. »</li> <li>➤ Distribution des enveloppes.</li> <li>➤ Lecture des consignes écrites au tableau</li> </ul> <p><b>Phase 2 :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Recherche par binôme et production du message</li> <li>➤ Au signal de l'enseignant, échange des messages et distribution de la feuille des 4 segments à chaque binôme.</li> </ul> <p>Recherche du segment que possède l'autre groupe à partir du message reçu ; transmission de la réponse, pour validation par le binôme émetteur.</p> <p><b>Phase 3 :</b> Synthèse collective au tableau :</p> <p>« Tout le monde a-t-il reconnu le segment de l'autre groupe à partir du message reçu ? »</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Noter et analyser les messages qui ont permis de reconnaître le segment.</li> </ul> <p>Chacun vérifie à l'aide d'une nouvelle bande-unité.</p> <p>Produire une écriture fractionnaire à partir de ces messages.</p> <p><b>Bilan :</b></p> <p>Cette séance débouche sur des écritures symboliques du type « <math>\frac{7}{8}</math> » que l'on rapporte à la bande unité coupée en huit parts égales et dont on prend 7 parts. Cette écriture sera utilisée dans les séances suivantes.</p>	<p>La consigne est longue mais précise et importante ; vérifier qu'elle est comprise par tous.</p> <p>Pour les plus rapides, faire produire des messages pour 2, 3 segments supplémentaires</p> <p>Exemples de productions possibles :</p> <p><i>A : il y a 3 fois un demi ; 1 et la moitié de 1 ; on plie en 4 et on en prend 6...</i></p> <p><i>B : on plie en 8 et le segment fait 7 parts ; 7/8 ; 1 sauf 1/8...</i></p> <p><i>C : 2/3 de la bande unité ; on plie en 3 et on enlève 1 part...</i></p> <p><i>D : 10/8 ; 5/4 ; 1 et encore un quart...</i></p>

# Fiche séance

**Titre de la séquence :** Fractions et décimaux

**Titre de la séance :** Introduction de la fraction par le partage de longueurs

**Séance n° 2**

**Ref aux programmes :**

**Objectifs spécifiques ou apprentissages visés :**

- mesurer un segment de longueur fractionnaire à l'aide d'une bande-unité
- passer du langage naturel à une écriture fractionnaire
- tracer un segment sans règle graduée à partir d'une fraction donnée

**Matériel : Utilisation de la règle interdite**

Matériel **collectif** pour rappel de la séance précédente :

- Plusieurs bandes unités dont la longueur est égale à la longueur d'une feuille A4
- 5 segments tracés au tableau correspondants aux mesures suivantes :  $A \rightarrow 2$ ;  $B \rightarrow 1 + \frac{1}{2}$ ;  
 $C \rightarrow 3 + \frac{1}{4}$ ;  $D \rightarrow 2 + \frac{1}{8}$ ;  $E \rightarrow 1 + \frac{1}{3}$



Matériel **individuel** :


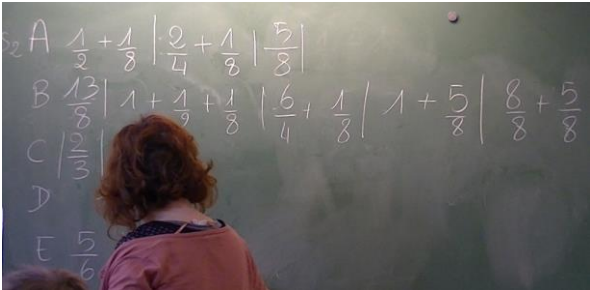
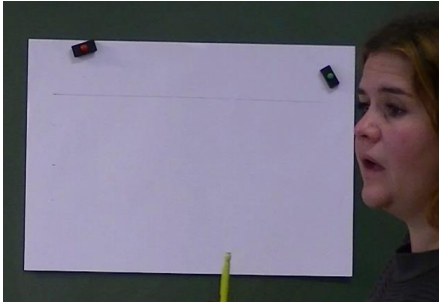
Bandes unité sur papier blanc (les mêmes qu'en séance 1) ; en prévoir plusieurs par élève.

Feuille sur laquelle 6 segments A/B/C/D/E/F sont tracés :

$A \rightarrow \frac{5}{8}$  de la bande unité ;  $B \rightarrow \frac{14}{8}$  ;  $C \rightarrow \frac{5}{8} + \frac{1}{16}$  ;  $D \rightarrow \frac{2}{8}$  ;  $E \rightarrow \frac{6}{8} + \frac{3}{32}$  ;  $F \rightarrow \frac{4}{8}$  (cf annexe2, matériel photocopiable)

1 feuille A3 par élève (pour phase 3)

## Fiche séance

Durée	Déroulement	Commentaires
5 ‘ en collectif	<p>Rappel de la séance précédente en collectif, au tableau (cf matériel collectif)</p> <p>Introduction : Aujourd’hui nous allons continuer notre travail sur les fractions. D’abord vous allez mesurer des segments avec la bande unité et puis nous en parlerons ensemble.</p> <p>Puis dans un deuxième temps vous ferez l’inverse, vous tracerez des segments à partir d’écritures fractionnaires.</p>	<p>Pour les plus rapides, faire produire des messages pour 2, 3 segments supplémentaires</p>
10 ‘ individuel	<p><b>Phase 1</b> : Mesurer des segments avec la bande unité et donner le résultat sous une forme fractionnaire.</p> <p>Consignes orales : Vous allez mesurer avec votre bande unité les segments qui sont sur la feuille. Vous écrirez la réponse avec une écriture fractionnaire.</p>	
15’ collectif	<p><b>Phase 2</b> : Bilan collectif des réponses au tableau.</p> <p>Le maître note en face de chaque lettre les écritures fractionnaires proposées pour ce segment.</p> 	
15’ individuel	<p><b>Phase 3</b> : Tracer des segments</p> <p>Pour chaque binôme, désigner un élève A et un élève B.</p> <p>Consignes à écrire au tableau : « Je travaille seul. Je trace d’abord 4 demi-droites sur lesquelles je vais reporter les bandes unités pour tracer les quatre segments dont les mesures sont données. J’écris la mesure sur chaque segment ».</p>	



## Fiche séance

Pour l'élève A :  $\frac{3}{3}$  ;  $\frac{3}{4}$  ;  $3-\frac{1}{2}$  ;  $\frac{4}{3}$

Pour l'élève B :  $1+\frac{1}{8}$  ;  $\frac{8}{6}$  ;  $\frac{5}{2}$  ;  $\frac{6}{8}$

Une fois que j'ai tracé, avec mon voisin nous échangeons nos feuilles. Je vérifie qu'il a bien tracé les segments qui correspondent aux mesures données et lui vérifie les miens.



Proposer aux élèves 3 à 4 bandes unités dont une qui est déjà partagée en tiers.

## Fiche séance

**Titre de la séquence :** Fractions et décimaux

**Titre de la séance :** Etablir des égalités entre des fractions simples

**Séance n° 3**

**Ref aux programmes :**

Comprendre et utiliser la notion de fraction simple.

- Écritures fractionnaires.
- Diverses désignations des fractions (orales, écrites et décompositions).
- Établir des égalités entre des fractions simples

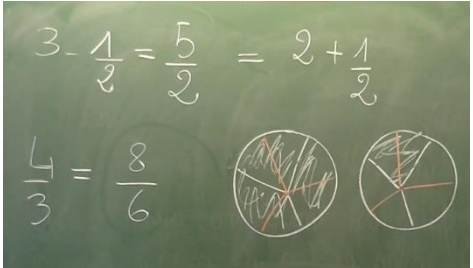

**Objectifs spécifiques ou apprentissages visés :**

- tracer un segment de longueur fractionnaire donnée à l'aide d'une bande-unité (prolongement séance précédente)
- comparer des segments de même longueur, codés par des écritures fractionnaires différentes mais équivalentes (exemple :  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ )

**Matériel :**

- Consignes phase 1, écrites au tableau : « Avec mon voisin, nous échangeons nos feuilles. Je vérifie qu'il a bien tracé les segments qui correspondent aux mesures données et il vérifie que j'ai bien tracé les segments qui correspondent aux mesures données. Nous comparons les huit segments tracés et cherchons ceux qui ont la même longueur. Nous écrivons notre réponse sur une feuille »
- 1 ou 2 bandes unités/élève dont certaines sont déjà pré-partagées en  $\frac{1}{3}$

# Fiche séance

Durée	Déroulement	Commentaires																		
<p>15'</p> <p>10' collectif</p> <p>10' individuel</p>	<p><b>Phase 1 :</b> Retour sur la séance précédente :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Lecture des consignes écrites au tableau</li> <li>➤ Chaque élève vérifie, à l'aide de sa bande unité, que son binôme a bien tracé les segments des longueurs qui lui étaient demandées.</li> <li>➤ À deux, ils comparent les huit segments tracés et regardent s'il y en a qui ont la même longueur</li> </ul> <p><b>Phase 2 :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Bilan de l'activité en commun, le professeur écrit les réponses au tableau.</li> <li>➤ Question de l'enseignante : « Aurait-on pu voir que <math>4/3=8/6</math> sans utiliser le segment ? ». Même question avec « <math>\frac{5}{2} = 3 - \frac{1}{2}</math> ».</li> <li>➤ Vérification collective avec la bande unité.</li> </ul> <p><b>Phase 3 :</b> Consignes écrites au tableau « Voici les mesures de plusieurs segments appelés A, B, C, D, E, F, G, H</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;">Nom du segment</th> <th style="width: 10%;">A</th> <th style="width: 10%;">B</th> <th style="width: 10%;">C</th> <th style="width: 10%;">D</th> <th style="width: 10%;">E</th> <th style="width: 10%;">F</th> <th style="width: 10%;">G</th> <th style="width: 10%;">H</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Mesure avec la bande unité</td> <td><math>\frac{3}{4}</math></td> <td><math>1 + \frac{5}{2}</math></td> <td><math>\frac{6}{8}</math></td> <td><math>3 + \frac{2}{4}</math></td> <td><math>\frac{1}{2} + \frac{1}{4}</math></td> <td><math>\frac{1}{2} + \frac{3}{4}</math></td> <td><math>\frac{7}{2}</math></td> <td><math>\frac{5}{4}</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>« Sans utiliser la bande unité (mais vous pouvez imaginer ce que vous feriez avec), vous allez comparer ces mesures de segments et voir si certaines sont égales »</p> <p><b>Remarque :</b> le professeur amène les élèves à se représenter la manipulation sans avoir besoin de la réaliser véritablement, il permet la transformation du faire, en acte de pensée, c'est à dire en connaissance (l'élève ne plie plus la bande mais s' imagine le faisant).</p>	Nom du segment	A	B	C	D	E	F	G	H	Mesure avec la bande unité	$\frac{3}{4}$	$1 + \frac{5}{2}$	$\frac{6}{8}$	$3 + \frac{2}{4}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{4}$	<p><b>Remarque :</b> la comparaison de la mesure des segments ne se fait pas de manière arithmétique : on voit les élèves superposer les segments et vérifier « au jugé » l'égalité des segments.</p> <p>Réponses possibles...</p>  <p>« 8 c'est 2 fois 4 et 6 c'est 2 fois 3 »</p> <p><b>Remarque :</b> certains élèves peuvent revenir à des fractions partition, même si ce n'est pas ce qui est attendu.</p> 
Nom du segment	A	B	C	D	E	F	G	H												
Mesure avec la bande unité	$\frac{3}{4}$	$1 + \frac{5}{2}$	$\frac{6}{8}$	$3 + \frac{2}{4}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{4}$												

## Fiche séance

<p>10' collectif</p>	<p><b>Phase 4 :</b> Mise en commun pour montrer que :</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- les segments B, D et G ont même longueur</li><li>- tout comme A, C et E</li><li>- ou encore F et H</li></ul> <p><b>Remarque :</b> On mesure ici la capacité chez chaque élève de s'affranchir du confort de la manipulation des objets pour basculer dans l'abstraction des nombres et du pouvoir d'anticipation qu'il a avec ces nouveaux nombres.</p>	
--------------------------	---	--

# Fiche séance

**Titre de la séquence :** Fractions et décimaux

**Titre de la séance :** Recherche d'écritures équivalentes à une écriture donnée

**Séance n° 4**

**Référence aux programmes :**

- Comprendre et utiliser la notion de fractions simples (diverses désignations de fractions : orales, écrites et décompositions).
- Établir des égalités entre des fractions simples.

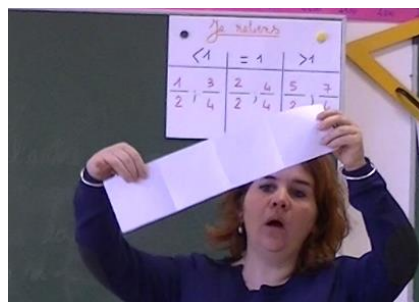
Objectifs spécifiques ou apprentissages visés :

Concevoir qu'une mesure peut s'exprimer de différentes façons et établir ainsi :

- des équivalences entre fractions :  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$
- des décompositions faisant apparaître la partie entière :  $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$
- Des résultats d'additions simples :  $1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$  ;  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

**Matériel pour la classe :**

- des bandes unités (pour validations collectives)



**Matériel pour chaque élève :**

- le tableau de la séance 3 (mesures des segments A, B, C, D, E, F, G et H), pour rappel
- 2 unités (à n'utiliser qu'en cas de besoin)

## Fiche séance

### Préparation du tableau :

Voici 3 écritures :

$$2 + \frac{1}{4}$$

$$2 - \frac{1}{3}$$

$$\frac{17}{8}$$

Je trouve au moins une écriture égale pour chacune des écritures données.

J'explique pourquoi l'écriture que je propose est égale à celle qui m'est donnée.

<b>Durée</b>	<b>Déroulement</b>	<b>Commentaires</b>
20 ‘ en collectif	<p><b>Phase 1 :</b> Rappel de l'activité réalisée lors de la séance 3.</p> <p>Consignes orales : « Aujourd'hui, nous allons commencer par nous rappeler de ce que nous avons fait la dernière fois. Nous avons travaillé avec ce tableau [le montrer] ; il était question de 8 segments : A, B, C, D, E, F, G et H et la mesure de chacun était écrite sous forme d'écriture fractionnaire. Je vous le distribue à chacun. »</p> <p>Distribution du tableau et lecture de la consigne pour rappel.</p> <p>Consignes orales : « Qui pourrait me dire quels segments ont la même longueur ? Je vous laisse deux minutes. »</p> <p>L'enseignante note au tableau une proposition d'un élève. Celui-ci la justifie puis le groupe classe valide ou invalide. Faire expliciter les arguments, inviter les enfants à faire un dessin au tableau ou à le montrer en utilisant une bande-unité collective.</p>	

## Fiche séance

20'  
Travail  
individuel

**Phase 2 :** recherche individuelle ; consolidation, avec affranchissement de la bande pour travailler avec des écritures.

Découverte et lecture de la consigne écrite au tableau.

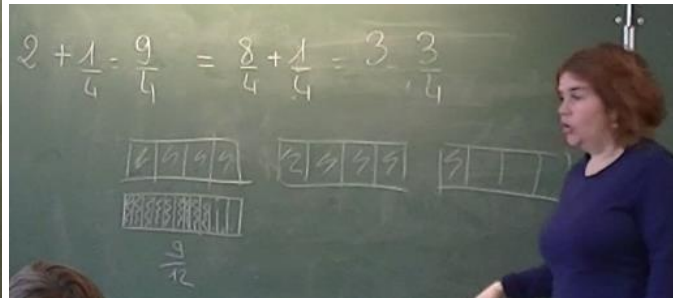
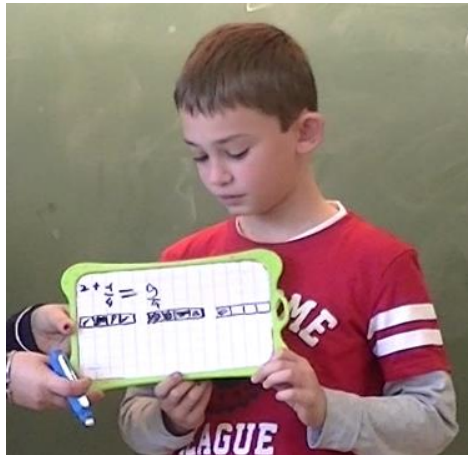
Reformulation de la consigne par un élève.

Consignes orales : « Vous travaillerez seul. Vous allez vous servir de ce que vous avez appris sur les fractions, pour trouver des écritures équivalentes. Vous allez vous servir des images que vous avez dans la tête, vous pouvez aussi vous servir de calculs. Si vous êtes bloqués, vous pourrez venir chercher des bandes unités, mais pas plus de deux : vous devez essayer de vous en servir le moins possible. Je vous rappelle que des fractions sont égales si elles correspondent au même segment.»

**Phase 3 :**

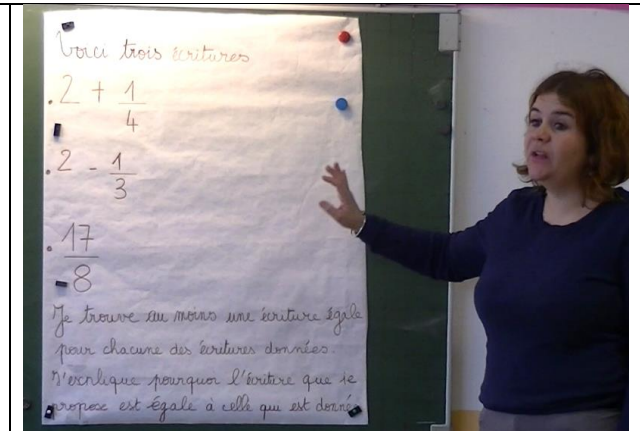
Mise en commun avec validation soit par un dessin soit par un calcul.

20'  
en  
collectif



**Bilan :**

Cette synthèse va être l'occasion, à nouveau par la verbalisation, de fixer davantage, en les rendant conscientes, les procédures, les concepts et les théorèmes en actes que l'on peut observer chez certains élèves.



Différentes méthodes sont utilisées :

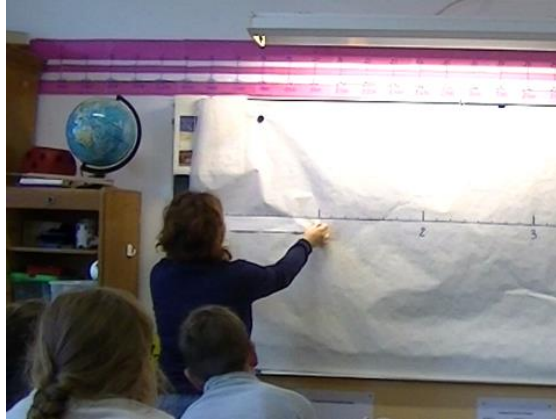
- Explication par les unités ( $2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$  car 2 unités représentent huit quarts, et huit quarts plus un quart égalent neuf quarts)
- Dessin des bandes unités
- Manipulation de bandes

## Fiche séance

<b>Titre de la séquence</b> : Fractions et décimaux		
<b>Titre de la séance</b> : De la fraction partage à la fraction nombre		<b>Séance n° 5</b>
<p><b>Ref aux programmes :</b></p> <p><b>Objectifs spécifiques ou apprentissages visés :</b> Placer des fractions sur une <math>\frac{1}{2}</math> droite; passer de la représentation des bandes unité à une <math>\frac{1}{2}</math> droite composée d'unités fractionnées</p>		
<p><b>Matériel individuel:</b> - 1 bande graduée qui comprend plus de 3 unités, chaque unité étant graduée en 8 parts égales. 4 points A, B, C et D sont marqués sur cette droite graduée, correspondant respectivement à <math>\frac{5}{16}</math> ; <math>\frac{12}{8}</math> ; <math>\frac{25}{8}</math> ou <math>3+\frac{1}{8}</math> et <math>\frac{28}{8}</math> ou <math>3+\frac{4}{8}</math> ; attention : les bandes doivent être suffisamment longues (longueur de A3 ou même A2 ou 60cm de rouleau de ticket de caisse).</p> <p><b>Préparation du tableau :</b> - Une affiche avec une bande graduée qui comprend plus de 3 unités (1, 2 et 3 sont écrits sur la demi-droite), chaque unité étant graduée en 8 parts égales.</p>		
Durée	Déroulement	Commentaires
2 '- 3' en collectif          5'	<p><b>Phase 1</b> : les élèves observent la demi-droite graduée, affichée au tableau</p> <p>Consignes orales : « Vous allez prendre quelques minutes pour observer ce qui est au tableau et me dire ce à quoi cela vous fait penser ».</p> <p><b>Phase 2</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Échanges collectifs</li> <li>➤ Demande de précisions sur les graduations et utilisation de la bande unité pour montrer que :                         <ul style="list-style-type: none"> <li>- les unités sont partagées en parts égales</li> <li>- dans une unité, il y a 8 huitièmes</li> <li>- en reportant la bande unité une fois de plus, on peut rajouter le « 4 » sur la demi-droite graduée</li> </ul> </li> </ul>	<p>➤ Réponses attendues :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- il y a des unités qui ont été coupées</li> <li>- elles sont graduées</li> <li>- on les a mises bout-à-bout</li> </ul>



## Fiche séance



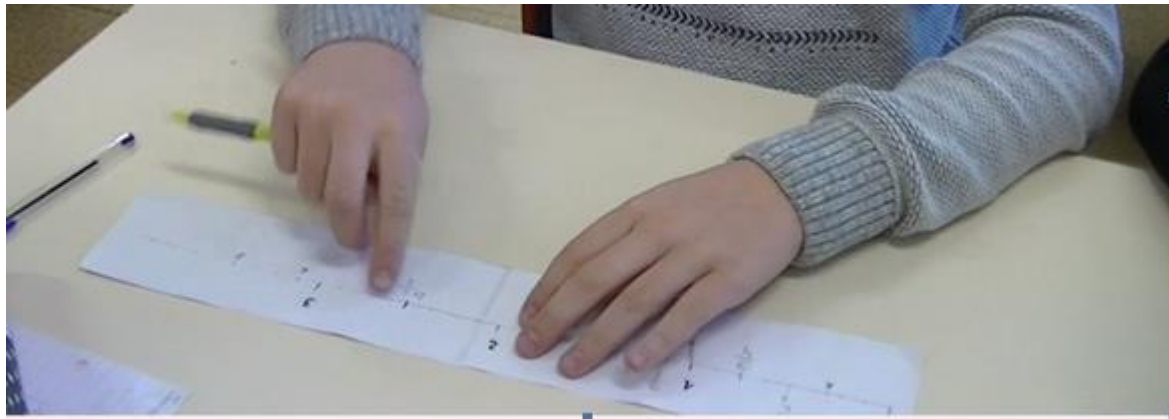
### ● Phase 3 : recherche individuelle

La bande de papier (décrite dans le matériel individuel) est distribuée à chaque élève.

5' C : « Sur ta demi-droite graduée, place les points qui correspondent à chacune des écritures :  $\frac{9}{8}$  ;  $\frac{1}{2}$  ;  $\frac{3}{4}$  ;  $2 + \frac{1}{2}$  »

➤ Après chaque point, correction collective au tableau

15'



Il pourra être nécessaire de repasser par le pliage de la bande unité, pour certains élèves.

# Fiche séance

## Phase 4 :

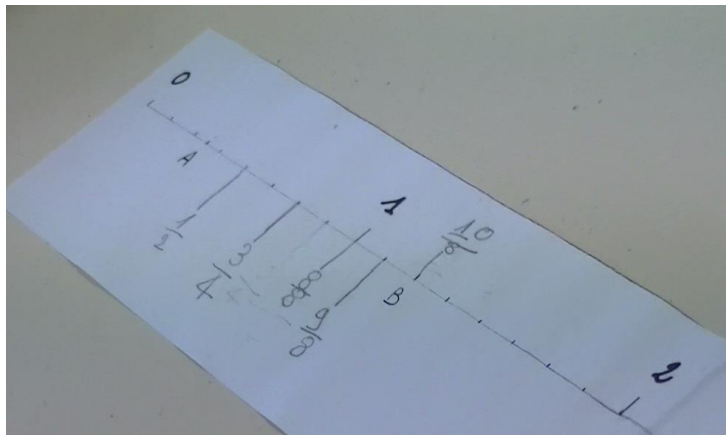
Exercice inverse en recherche individuelle

Consigne : « sur votre bande de papier, il y a 4 lettres ; pour le moment on laisse la lettre A de côté ; vous écrivez une écriture qui correspond à chaque lettre, B, C et D »



5'

## Exemple de production d'élèves :

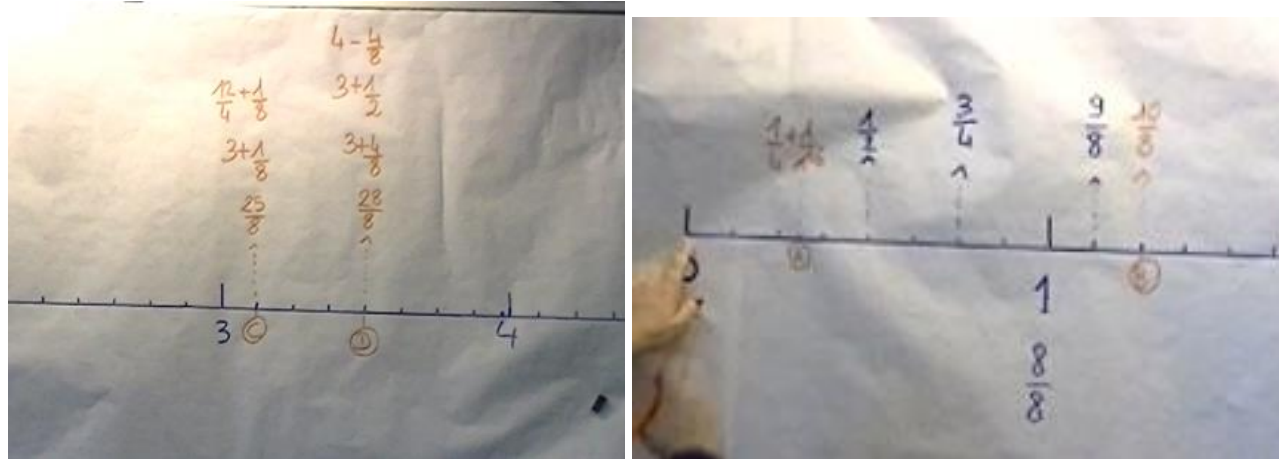


## Fiche séance

### Phase 5 : correction collective

➤ Toutes les propositions qui émergent sont notées sur la demi-droite graduée du tableau, puis sur les bandes individuelles

### Exemples :



10' à 12'

### Bilan :

2 changements conceptuels interviennent dans cette séance :

- Il s'agit de graduer une demi-droite et de mettre « bout à bout » autant d'unités que l'on veut, mais en respectant une première unité qui devient un repère.
- Il s'agit de passer **de la fraction partage** de l'unité, à la **fraction nombre**. Cette fraction en tant que nombre correspond alors à **un point sur la droite graduée**, alors que la fraction partage correspondait **à une longueur**. Il s'agit là d'un obstacle épistémologique (qui est inscrit dans l'histoire des mathématiques en tant que difficulté qu'il ne faut pas sous-estimer).

## Fiche séance

<b>Titre de la séquence</b> : Fractions et décimaux		
<b>Titre de la séance</b> : Aller vers la fraction décimale		<b>Séance n° 6</b>
<b>Références aux programmes :</b>  Objectifs spécifiques ou apprentissages visés : <ul style="list-style-type: none"><li>- Fractionner une unité en dixièmes puis en centièmes.</li><li>- Placer des points correspondant à des fractions décimales.</li></ul>		
<b>Matériel:</b>  <u>Matériel par groupe de 2 :</u> <ul style="list-style-type: none"><li>- 1 bande de 2m de long (rouleau de caisse enregistreuse) sur laquelle est tracée une droite</li><li>- Un gabarit de 5 cm (longueur repassée au feutre pour faciliter le repérage) (feuille bristol)</li><li>- Un gabarit de 5 mm (longueur repassée au feutre pour faciliter le repérage) (feuille bristol)</li></ul> Une bande supplémentaire mise au tableau pour valider les réponses des élèves.		
<b>Durée</b>	<b>Déroulement</b>	<b>Commentaires</b>
5 ‘ en collectif	<b>Phase 1 :</b> ➤ Consignes orales : « <i>Vous avez tous sur la table une bande, une grande bande avec une droite tracée sur la bande. Cette bande de papier mesure exactement 4 unités. Je voudrais que vous essayiez de graduer la droite en sachant cela</i> ».	

## Fiche séance

10'  
en binôme

- Distribution au préalable de la bande.
- Les élèves graduent la bande en unités (pour marquer les 4 unités).
- Mise en commun

### Phase 2 :

5 '  
en  
collectif

**Consignes orales :** « *Donc maintenant je vais vous donner dans chaque groupe un petit carton, comme ceci, cela s'appelle un gabarit. Ce petit carton, vous allez vous en servir dans le sens de la largeur (partie repassée au feutre, montrée par l'enseignante). A l'aide de ce petit carton, vous allez graduer la première unité sur votre droite. Il faut être très précis, vous mettez les repères au crayon à papier* ».

- Un élève passe au tableau pour montrer la graduation de la première unité.
- Les élèves réalisent les graduations de la première unité.

10'  
en binôme



Réinvestissement de la technique du pliage utilisée lors des séances précédentes.



## Fiche séance

5 '  
en  
collectif

**Question :** « *Que représente ce gabarit par rapport à l'unité* »

→ On compte 10 parts dans une unité. L'unité a été partagée en 10. **Chaque morceau mesure un dixième d'unité.**

Faire préciser qu'une unité c'est aussi  $\frac{10}{10}$

**Phase 3 :**

**Consignes orales :** « *Maintenant je vais vous donner un deuxième gabarit, on le regarde bien car il est tout petit, on se sert toujours de la largeur du gabarit. Vous allez essayer dans chaque groupe de trouver ce que représente ce gabarit là.* »

➤ Les élèves réalisent de nouvelles graduations grâce à ce nouveau gabarit.

10 '  
en binôme



Création de petits décalages si le tracé n'est pas précis ou si la bande n'a pas exactement la bonne mesure.



## Fiche séance

5 '  
en  
collectif

➤ Question : « *Que représente ce gabarit par rapport à l'unité* »  
On compte 10 petits espaces dans  $\frac{1}{10}$ . Le dixième a été partagé en 10. Dans  $\frac{10}{10}$  il y en a donc 100.

**Chaque petit morceau mesure un centième.**

Faire préciser qu'une unité c'est aussi  $\frac{100}{100}$

5 '  
en binôme

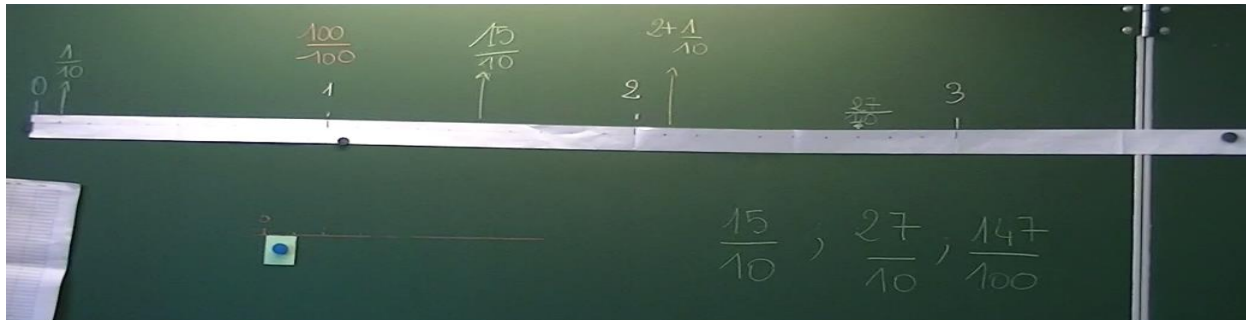
**Phase 4 :**

➤ Consignes orales : « *Je vais vous donner des nombres, des fractions et il va falloir chercher précisément où elles se trouvent sur la droite graduée, je dis bien précisément* ».

Les fractions données successivement sont les suivantes :  $\frac{15}{10}$  ;  $\frac{27}{10}$  ;  $\frac{147}{100}$ , les écrire au tableau.

5 '  
en  
collectif

➤ Les élèves placent les 3 fractions sur leur droite graduée.



➤ Mise en commun

**Trace écrite au tableau**

$$1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1\ 000}{1\ 000}$$

Pour les plus rapides, trouver d'autres fractions à placer.

# Fiche séance

**Titre de la séquence :** Fractions et décimaux

**Titre de la séance :** Placer des fractions décimales sur la droite graduée

**Séance n° 7**

**Réf. aux programmes :**

- Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée.
- Une première extension de la relation d'ordre.
- Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs.
- Établir des égalités entre des fractions simples.

**Objectifs spécifiques ou apprentissages visés :**

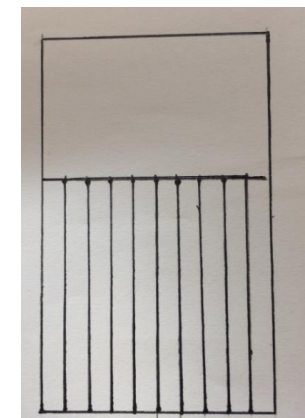
- Utiliser des fractions et des écritures additives pour situer des points sur une demi-droite graduée et pour exprimer des distances
- Concevoir qu'une position ou une distance peut s'exprimer de différentes façons et établir ainsi des égalités et des décompositions

**Matériel par élève:**

- 1 bande graduée (demi-droite) (prévoir quelques bandes neuves supplémentaires)
- 1 gabarit d' $1/10$  (5cm de large) faisant également apparaître 10 gabarits de  $1/100$  ; chaque  $1/100$  mesure 5mm de large (cf dessin ci-contre) ; l'utilisation de « ce peigne » permet d'éviter de trop grosses erreurs dans la graduation en centièmes de la demi-droite.

**Préparation du tableau :**

- la grande demi-droite graduée de la séance précédente affichée au tableau
- le gabarit d' $1/10$  (avec les  $1/100$ e)
- 1 feutre et 1 règle





## Fiche séance

Durée	Déroulement	Commentaires
3 ‘ en collectif	<p><b>Rappel</b></p> <p>➤ Consigne : « Quelqu'un se rappelle-t-il de ce que l'on a vu la dernière fois ? »</p> <p>Réponse attendue : la notion de dixièmes et de centièmes et l'égalité <math>1/10 = 10/100</math> (reprise en montrant les gabarits utilisés).</p> <p>➤ L'enseignant écrit au tableau <math>1/10</math> et <math>1/100</math> et vérifie la compréhension en demandant aux élèves de comparer. Elle valide aussi en montrant les gabarits et s'assure que tous ont bien compris que <math>1/10 &gt; 1/100</math></p> <p><b>Phase 1</b> : Placer des fractions sur la bande graduée</p> <p>➤ Consigne orale : « Dans un premier temps, je vous propose des écritures à placer sur cette graduation comme la dernière fois. Dans un deuxième temps, je vous proposerai de nouvelles écritures à placer sur la bande. Vous allez sortir votre bande. Pour ceux qui ont besoin, j'ai aussi des bandes propres.»</p> <p>L'enseignant note au tableau les points à placer : <math>32/10</math> et <math>306/100</math></p> <p>➤ Mise en commun : Les élèves passent au tableau montrer la graduation choisie et la maitresse note au feutre. Elle valorise les repères que les élèves ont pu se fabriquer sur la droite (<math>30/10</math> par exemple).</p> <p><b>Phase 2</b> : placer des fractions sur la droite graduée et pour chacune d'elle trouver une ou plusieurs écritures équivalentes:</p> <p>➤ Consigne : « Alors je vous propose 3 écritures. Je commence par en mettre 2. Elles se situent sur la demi-droite graduée et vous devez proposer une écriture équivalente. Par exemple (en montrant la demi- droite) : <math>3 = 300/100 = 30/10</math> »</p>	<p>Les élèves cherchent sur leur bande puis passent au tableau placer les points et expliciter leur stratégie.</p>

## Fiche séance

3'	<p>L'enseignant note au tableau :</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) <math>3 + 3/10</math></li><li>2) <math>3 + 1/10 + 3/100</math></li></ol> <p>➤ Recherche d'écritures équivalentes (individuelle)</p> <p>➤ Mise en commun</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) <math>3 + 3/10</math> ; l'enseignant recense les équivalences proposées par les élèves. Il demande aux élèves d'explicitier leurs procédures. <math>3 + 3/10</math> par exemple. La validation se fait au tableau sur la 1/2 droite graduée</li></ol> <p>L'enseignant relance : « Est-ce que quelqu'un a une autre écriture à proposer ? » On parviendra à des écritures du type : <math>33/10</math> ou <math>4 - 7/10</math></p> <p>2) <math>3 + 1/10 + 3/100</math></p> <p>Les élèves viennent expliquer leurs procédures au tableau et proposent les équivalences : <math>313/100</math>, par exemple. On note au tableau les égalités correspondantes. L'enseignant propose éventuellement le support d'un gabarit et valide en les traçant au feutre, les choix des élèves.</p> <p><b>Phase 3</b> : encadrement d'une fraction par deux entiers consécutifs</p>	
2'	<p>Ecrire au tableau : <math>\dots &lt; 27/10 &lt; \dots</math></p> <p>➤ Consigne : « Je propose cette écriture. Qu'est-ce que je dois faire ici ? »</p> <p>« devant <math>27/10</math>, je dois mettre un nombre plus petit et après un nombre plus grand. Sauf que je veux que ce soient deux nombres entiers. Je répète la consigne : « J'ai écrit une fraction qui figure sur notre bande et je propose de trouver un encadrement par deux nombres entiers. »</p> <p>Faire expliciter la notion de nombres entiers consécutifs, si elle n'est pas claire pour tous les élèves.</p> <p>➤ Recherche individuelle (sur l'ardoise)</p> <p>Les élèves encadrent la fraction puis montrent leurs résultats. Proposer : <math>15/10</math> ; <math>35/10</math> puis <math>8/10</math> L'enseignant valide ou non leurs résultats et repère les élèves en difficulté le cas échéant.</p>	

# Fiche séance

**Titre de la séquence :** Fractions et décimaux

**Titre de la séance :** Introduction de l'écriture à virgule. (1h)

**Séance n° 8**

**Ref aux programmes :**

**Objectifs spécifiques ou apprentissages visés :**

- Associer diverses désignations d'un nombre décimal (fractions décimales, écritures à virgule et décompositions).
- Règles et fonctionnement du système de numération dans le champ des nombres décimaux, relations entre unités de numération (point de vue décimal), valeurs des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture à virgule d'un nombre décimal (point de vue positionnel)

**Matériel individuel :**

- Le même tableau qu'au tableau, avec de la place à droite pour extraire les nombres (feuille A4 paysage)
- Crayon, gomme

**Préparation du tableau :**

- Une grande affiche à remplir en collectif : tableau 11x9

Nombres donnés				1000	100	10	1			

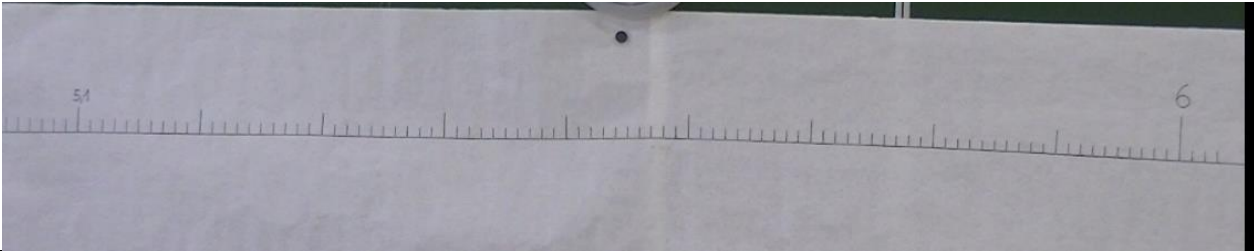
## Fiche séance

Durée	Déroulement,	Commentaires
<p style="text-align: center;">20 ‘ alternance collectif et individuel</p> <p style="text-align: center;">10 ‘ alternance collectif et individuel</p>	<p><b>Phase 1 : placer des nombres entiers dans le tableau</b></p> <p><b>Consignes orales</b> : « Je vais afficher au tableau un document. Vous le connaissez car on l'a déjà utilisé. Ensuite je distribuerai le même à chacun d'entre vous. Vous avez besoin d'un crayon et d'une gomme. On va faire la même activité tous en même temps et on écrira la correction dans le tableau que j'affiche. Les nombres que je vous propose, on les écrit dans la colonne nombres donnés, puis on place leurs chiffres dans le tableau de numération. »</p> <p style="text-align: center;"><b>Nombres à écrire : 367 ; 7809 ; 354 000 ; 50/10 ; 280/10.</b></p> <p>Mise en commun au fur et à mesure. À chaque fois, on écrit la décomposition du nombre : <math>367=3\times 100+6\times 10+7</math> à droite sur la même ligne. On écrit les en-tête des colonnes quand on a besoin de les utiliser : 10 000, puis 100 000.</p> <p><b>Phase 2 : placer des fractions décimales représentant un nombre entier dans le tableau</b></p> <p>Pour 50/10 et 280/10, on se re-mémorise les travaux précédents. Si la réponse ne vient pas facilement, on peut rappeler : « dans 1 unité combien de dixièmes, dans 2 unités...dans 5 unités... » Puis envoyer un élève au tableau placer le nombre dans le tableau de numération. On conclut <math>50/10=5</math>, puis <math>280/10=28</math>.</p>	<p>Un élève lit le nombre pour la classe.</p> <p>Les solutions sont données par les élèves, les en-tête aussi. La demi-droite numérique collective des séances précédentes est affichée et les élèves peuvent s'y rapporter.</p>

## Fiche séance

<p>10' individuel et mise en commun</p>	<p><b>Phase 3</b> : Placer des fractions décimales ne représentant pas un nombre entier dans le tableau.</p> <p>Même dispositif.</p> <p><b>Nombre à écrire : 27/10.</b></p> <p><i>Pour la mise en commun</i> « Pourquoi avez-vous écrit 2 dans les unités ? Qu'est-ce que vous connaissez dans 27/10 ? »</p> <p>On écrit avec eux la décomposition <math>27/10=2+7/10</math> avant de placer 1/10 en en-tête de la colonne suivante, et 7 dans la colonne des dixièmes ainsi créée.</p> <p><i>Faits importants à pointer avec les élèves :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- un seul chiffre par colonne, donc on ne peut pas mettre le 7 dans la colonne des unités ;</li> <li>- les dixièmes se mettent dans la colonne à droite des unités parce que 10 dixièmes c'est une unité, comme les unités sont à droite des dizaines et comme dix unités c'est une dizaine. Penser à l'exprimer sous différentes formes : un dixième c'est dix fois plus petit qu'une unité et une unité c'est 10 fois plus petit qu'une dizaine (continuer avec centaine et millier).</li> </ul>	<p>Les élèves savent qu'il y a 2 unités dans 27/10, puis 7 dixièmes ; ce nombre a été placé à la séance précédente sur la demi-droite graduée ; ils peuvent se référer au mesurage avec les bandes unités, ou directement à la demi-droite graduée.</p>
<p>10'</p>	<p><b>Phase 4</b> : Sortir la fraction décimale du tableau de numération.</p> <p>« Comment s'écrit ce nombre là (pointer 354 000) quand on le sort du tableau ? Et maintenant, comment peut-on sortir celui-ci (pointer la ligne de 27/10) quand on le sort du tableau ? »</p> <p><i>Fait important à pointer avec les élèves :</i> la virgule sert à séparer le nombre entier des dixièmes.</p>	<p>Certains vont certainement proposer directement de mettre une virgule. Sinon, le professeur proposera cette écriture.</p>
<p>10'</p>	<p><b>Phase 5</b> : Compléments</p> <p>Proposer ensuite des fractions décimales avec des centièmes, (puis avec des millièmes éventuellement), ayant d'abord une partie entière non nulle : <b>345/100</b> ; <b>6821/1000</b>.</p> <p>Proposer enfin des fractions représentant un nombre à partie entière nulle : <b>35/100</b>.</p> <p>Dans la mise en commun, on donne les en-tête des colonnes suivantes, puis on explique comment sortir le nombre du tableau quand il y a absence d'unité : il y en a zéro.</p>	<p>Possibilité de faire proposer les nombres aux élèves.</p>

## Annexes 1 et 2 – Matériel photocopiable

<b>Titre de la séquence</b> : Fractions et décimaux		
<b>Titre de la séance</b> :	<b>Séance n° 9</b>	
<b>Références aux programmes</b> :		
<b>Objectifs spécifiques ou apprentissages visés</b> : - Mettre en évidence des agrandissements successifs de la graduation du 1/10 au 1/1 000 - Expérimenter qu'entre 2 nombres qui se suivent, on peut placer une infinité de nombres décimaux.		
<b>Matériel</b> :		
<b>Préparation du tableau</b> : 1 bande papier avec une partie de la demi-droite (entre 5 et 6), graduée en dixièmes et centièmes		
		
<b>Durée</b>	<b>Déroulement,</b>	<b>Commentaires</b>
2' en collectif	<p><b>Phase 1</b> : rappel des séances précédentes ; que voyez-vous au tableau ?                  Réponse attendue : c'est comme si on avait une « loupe » qui nous permet de voir les dixièmes et les centièmes entre 5 et 6</p> <p><b>Phase2</b> : alternance entre recherche individuelle et correction collective                  But : associer un nombre (écriture décimale ou sous forme de fraction) à une graduation                  Consigne : « je montre un point, vous allez noter sur votre ardoise de quel nombre il s'agit »                  5,3    5,7    5,12    5,02    5,19</p>	Remarque : en cas de difficulté pour trouver l'écriture décimale, on repassera par le tableau de numération (ex. : <i>place 5 plus 3 dixièmes dans le tableau...</i> )

## Annexes 1 et 2 – Matériel photocopiable

7 – 8'

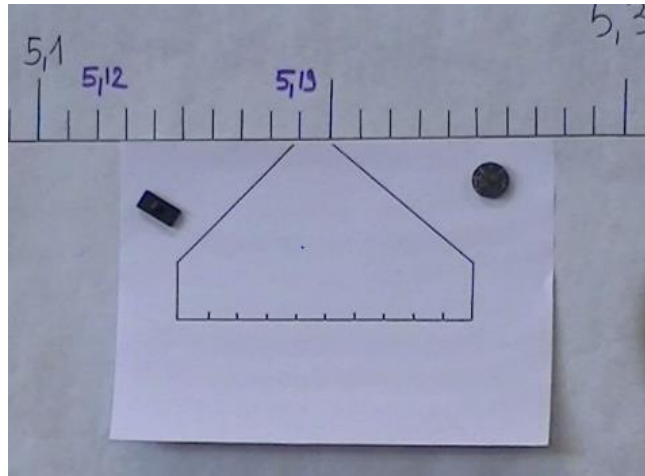
**Phase 3** : échanges collectifs

Introduction d'un nombre dont la partie décimale comporte 3 chiffres :

Consigne : « Comment je fais si je veux placer 5,195 sur ma demi-droite ? »

→ demander alors à un élève de venir le placer sur la droite, au tableau

Pour être précis, introduction de « la loupe » en explicitant que dans 1 centième il y a 10 millièmes



15'

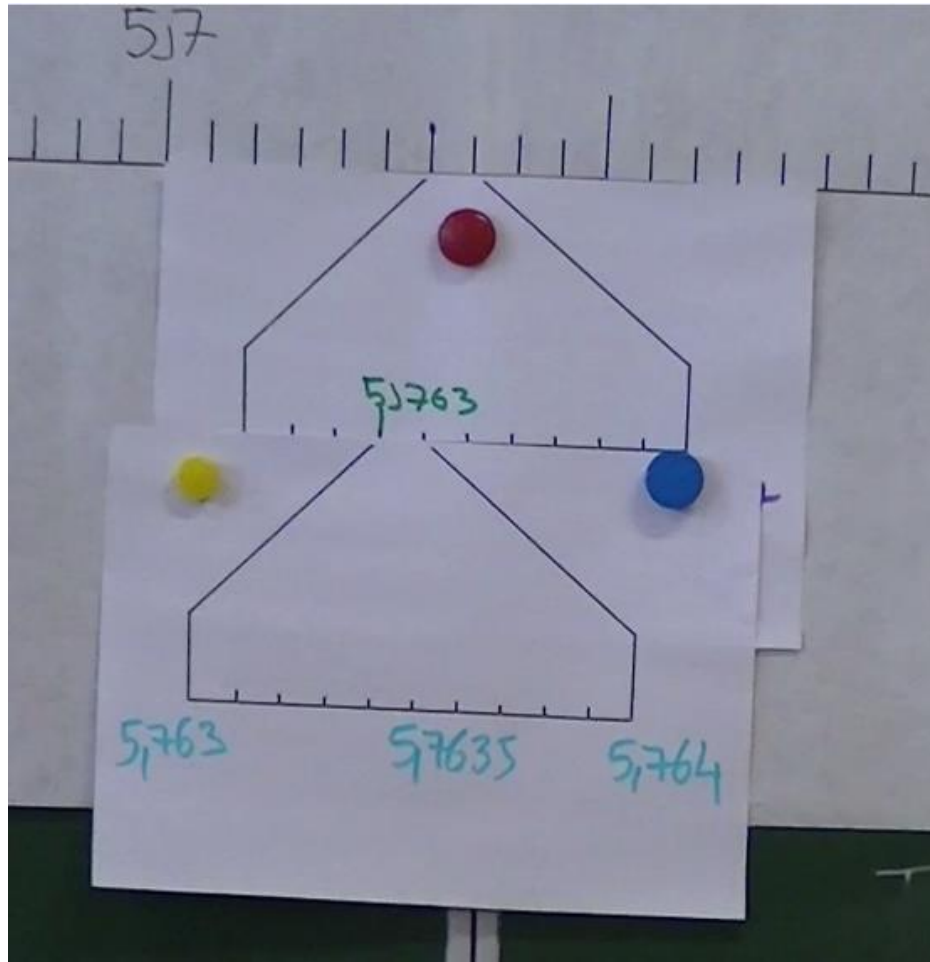
➤ même consigne avec 5,763

Erreur possible : confusion entre 5,195 et 5,95 ⇒ repasser alors par le tableau de numération pour montrer qu'on a 5 et 195 millièmes et que le 5 le plus à droite de l'écriture représente le chiffre des millièmes

## Annexes 1 et 2 – Matériel photocopiable

7 – 8'

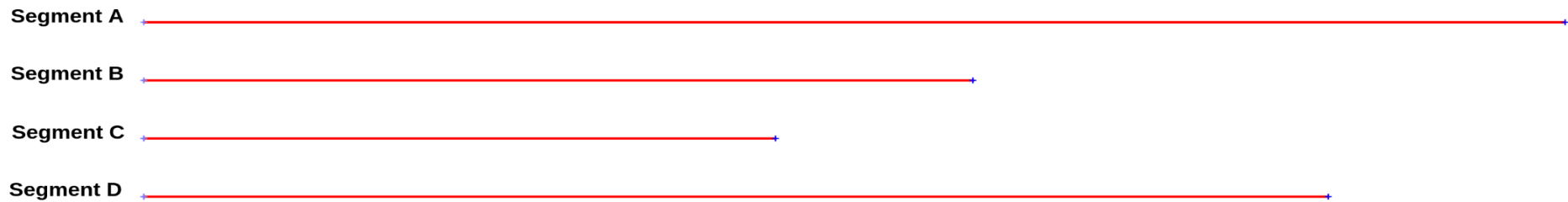
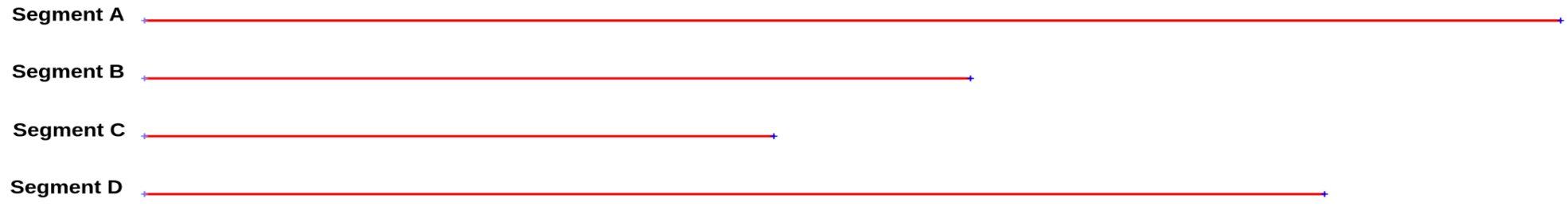
**Phase 4 :** même démarche avec introduction d'un nombre avec écriture décimale à 4 chiffres après la virgule : 5,7635



➤ Idem avec 5,76354 pour en arriver à la conclusion qu'entre 2 nombres on peut placer une infinité de nombres décimaux.



# Annexes 1 et 2 – Matériel photocopiable



# Annexes 1 et 2 – Matériel photocopiable

